

УДК 550.8.08

Е.В. Шеберстов

## Математическое обеспечение лабораторных исследований керна

**Ключевые слова:**

математическое обеспечение, относительные фазовые проницаемости, лабораторный эксперимент, многофазная фильтрация, обратные задачи.

**Keywords:**

mathematical support, relative phase permeability, laboratory experiment, multi-phase filtration, inverse problems.

Сочетание физического и математического моделирования служит основным инструментом изучения процессов в нефтегазовых коллекторах. Для планирования лабораторных исследований и интерпретации их результатов многими фирмами созданы специальные компьютерные модели. К сожалению, в последние два десятилетия разработка корпоративного математического обеспечения в ООО «Газпром ВНИИГАЗ» была практически исключена из планов научно-исследовательских работ. Отсутствие удобных, открытых для пользователя программных продуктов негативно влияет на полноту и достоверность извлекаемой из экспериментов информации. Вместе с тем развитие экспериментальной техники, средств измерения и компьютерных технологий открывают новые возможности для углубленного изучения способов добычи углеводородов как давно применяемых на практике, так и новых. Все более реальной становится замена дорогостоящих и затратных по времени лабораторных экспериментов на вычислительные. Сказанным определяется актуальность разработки и создания математического обеспечения экспериментальных исследований. В настоящей статье обсуждаются задачи, связанные с исследованиями многофазной фильтрации, в частности с определением относительных фазовых проницаемостей и капиллярных давлений (ОФП и  $P_c$ ) для нефтегазовых пластов.

Совместная фильтрация двух или трех несмешивающихся жидкостей остается предметом активных теоретических и экспериментальных исследований в течение нескольких последних десятилетий. Предложенные к настоящему времени теоретические и математические модели в первом приближении можно разделить на две группы, различающиеся масштабом описания процессов в пористой среде.

При описании моделей первой группы (в масштабе пор – *pore scale models*) рассматривается течение ньютоновских (и неньютоновских) жидкостей и многофазных смесей в пустотном пространстве пористого материала с учетом его реальной крайне нерегулярной геометрии. Это направление активно развивается благодаря успехам компьютерной томографии и вычислительной гидродинамики. Объектами моделирования являются элементы с линейным размером 1–3 мм, содержащие около  $10^4$  пор. На настоящий момент эти модели имеют скорее исследовательское назначение и пока не предоставляют рутинного метода определения характеристик для применяемых на практике гидродинамических моделей.

В моделях второй группы среда характеризуется макроскопическими свойствами (пористость, проницаемость, насыщенность, скорость фильтрации и т.д.). Значения свойств в точке определяются усреднением по так называемому элементарному представительному объему (ЭПО), окружающему точку. Для использования моделей этого типа необходимо, чтобы ЭПО содержал статистически представительный набор характерных особенностей среды, и в то же время чтобы его размеры были много меньше размеров области фильтрации. Оценке размеров ЭПО посвящены специальные исследования. Так, для песчаников и искусственных пористых сред, рассмотренных в статье [1], линейный размер ЭПО для пористости, проницаемости и удельной поверхности составляет в среднем 1 мм. В этом случае стандартный образец содержит около  $10^4$ – $10^5$  элементарных объемов. Считается, что такое соотношение позволяет использовать математические модели макроуровня для описания фильтрации в лабораторной модели.

Конструкция экспериментальной установки и выбор образцов дают основание считать фильтрацию в опытах одномерной, и процесс описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial(mAs_i)}{\partial t} + \frac{\partial q_i}{\partial l} = 0, \quad (1)$$

$$q_i = -KA \frac{k_i}{\mu_i} \left( \frac{\partial P_i}{\partial l} + g\rho_i \frac{\partial Z}{\partial l} \right), \quad (2)$$

$$P_{12} = P_2 - P_1, P_{23} = P_3 - P_2. \quad (3)$$

Здесь  $i = 1, \dots, n$  (для двух- и трехфазной фильтрации  $n$  имеет значения 2 и 3 соответственно);  $m, K$  – средние по сечению пористость и проницаемость;  $q_i, P_i, s_i$  – объемный расход, давление и насыщенность фаз;  $\mu_i, k_i$  – вязкость и относительная фазовая проницаемость;  $\rho_i, g$  – плотность и ускорение свободного падения;  $Z$  – высота над уровнем моря;  $P_{12}, P_{23}$  – капиллярное давление;  $A$  – площадь поперечного сечения физической модели.

Для дальнейшего расчета введем обозначения:

$$\Phi_i = \frac{k_i}{\mu_i}, \Phi = \sum_1^n \Phi_i, f_i = \frac{\Phi_i}{\Phi}, \rho_f = \sum_1^n \rho_i f_i. \quad (4)$$

Предполагается, что изменение насыщенности происходит медленно, и в каждый момент распределение фаз по порам соответствует состоянию капиллярного равновесия. Каждая фаза движется по занимаемому ею пространству независимо от присутствия другой фазы. Следовательно, ОФП и  $P_c$  являются однозначными функциями насыщенности. Определение этих функций на основании соотношения системы (1)–(3) и измерений, выполненных в специальном образом организованных лабораторных экспериментах, составляет одну из основных задач математического обеспечения.

Определения ОФП, регламентируемые ОСТ 39-235-89 [2], включают серию опытов, в каждом из которых реализуется установившаяся совместная фильтрация двух или трех флюидов через модель пласта. На каждом режиме измеряются перепад давлений и средняя насыщенность. Суммарный расход жидкостей одинаков во всех опытах, а объемная доля фаз изменяется от опыта к опыту.

В случае установившейся двухфазной фильтрации, как следует из уравнения (1), объемные расходы фаз не зависят от пространственной координаты. Выбирая в качестве зависимой переменной насыщенность первой фазы и исключая давление из системы (2), получаем в случае горизонтальной модели дифференциальное уравнение

$$F_1 - f_1(s) = \frac{KA}{qL} \frac{\Phi_1 \Phi_2}{\Phi_1 + \Phi_2} \frac{dP_{12}}{ds} \frac{ds}{dx}, \quad (5)$$

где  $F_1$  – объемная доля флюида 1 в потоке;  $q = q_1 + q_2$ ;  $x = l/L$ ,  $L$  – длина модели пласта.

В ОСТ 39-235-89 [2] предполагается, что суммарный расход и длина модели выбраны настолько большими, что членом, стоящим в правой части (5), можно пренебречь. Приравнивание правой части к нулю приводит к уравнению, которое не содержит координаты  $x$ , и следовательно, определяемая этим уравнением насыщенность постоянна и равна среднему (по объему модели) значению. Если с учетом этого обстоятельства проинтегрировать уравнения (2) от входного сечения до выходного, то получим расчетные формулы, связывающие перепады давлений в фазах, суммарный расход и значения ОФП для фаз. Значение средней насыщенности определяют взвешиванием модели пласта или расчетом на основе материального баланса.

Применение метода для трехфазной фильтрации требует значительного увеличения количества опытов из-за удвоения числа независимых переменных функций ОФП.

Приняв в качестве неизвестных  $s_1$  и  $s_3$  и исключив из (2) давления, получим систему двух обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$F_1 - f_1 = \frac{KA}{qL} \Phi_1 \left[ (1 - f_1) \frac{dP_{12}}{dx} + f_3 \frac{dP_{23}}{dx} - Lg'(\rho_1 - \rho_f) \right], \quad (6)$$

$$F_3 - f_3 = \frac{KA}{qL} \Phi_3 \left[ -f_1 \frac{dP_{12}}{dx} - (1 - f_3) \frac{dP_{23}}{dx} - Lg'(\rho_3 - \rho_f) \right]. \quad (7)$$

Система упрощается, если капиллярные давления зависят только от одной («своей») насыщенности:  $P_{12} = P_{12}(s_1)$  и  $P_{23} = P_{23}(s_3)$ .

Пренебрегая правыми частями, получим два уравнения, не содержащих пространственной координаты:

$$f_1(s_1, s_2) = F_1 = q_1/q \text{ и } f_3(s_1, s_3) = F_3 = q_3/q. \quad (8)$$

Интегрируя уравнение (2) с учетом постоянства насыщенностей вдоль образца, получаем для горизонтальной модели расчетные формулы, рекомендованные [2]:

$$k_i(s_1, s_3) = \frac{\mu_i q_i L}{KA \Delta P}. \quad (9)$$

Таким образом, ОФП, рассчитанные по отраслевому стандарту, будут согласованы с исходной моделью (1)–(3) при выполнении ряда условий: одномерность фильтрации, выход на установившийся режим, незначительность различия давлений в фазах, горизонтальное положение модели, ее (макро-) однородность по проницаемости и площади поперечного сечения и т.д. Для контроля погрешностей, вызванных нарушением указанных условий, необходимо создать максимально полную цифровую модель, применив, например, метод Рунге–Кутты для решения уравнения (5) и системы (6), (7). Учет зависимости площади поперечного сечения и проницаемости от пространственной координаты позволит в том числе анализировать (квази)установившуюся фильтрацию в окрестности скважины с учетом концевого эффекта и неоднородности призабойной зоны пласта. Повышенного внимания требует вопрос о граничных условиях (или о непрерывности фазовых давлений при переходе через торцевые сечения) [3].

Помимо метода определения ОФП, рекомендованного [2], могут применяться другие алгоритмы организации и обработки экспериментов по установившейся фильтрации. Они различаются между собой комплексом измерений и способом интерпретации. Так, в статье [3] предложен способ измерения перепадов давления в фазах с помощью специальной приставки, позволяющей отдельно подавать фазы во входное сечение экспериментальной модели. Серия опытов проводится при фиксированной доле фаз в потоке  $F_i = q_i/q$ . От опыта к опыту изменяется суммарный расход  $q$ . Для расчета ОФП используются соотношения, являющиеся строгим следствием модели (5) для течения в горизонтальном образце. Данный способ позволяет избежать погрешностей, вызванных концевым эффектом, но при этом предполагается, что ОФП и  $P_c$  не зависят от скорости фильтрации. Похожий алгоритм предложен в статьях [4, 5]. Этот и прочие методы (например, с применением измерений насыщенности *in situ*) необходимо предусмотреть при разработке математического обеспечения. Наличие надежной цифровой модели установившейся фильтрации, основанной на численном решении уравнения (5) и системы (6), (7), позволит имитировать методы определения ОФП и  $P_c$  по любому комплексу измерений стационарных режимов.

К числу стандартных процедур относятся также лабораторные опыты по определению коэффициентов вытеснения, которые регламентирует ОСТ 39-195-86 [6]. В этих опытах создается однородное распределение насыщенности в модели пласта и производится закачка в модель одного из флюидов на постоянном расходе, затем измеряют изменяющиеся во времени перепад давлений, среднюю насыщенность и нако-

пленные объемы поступивших в модель и вытесненных через выходное сечение флюидов. Эксперименты по вытеснению непосредственно воспроизводят нестационарное течение в реальном пласте и отражают влияние неравновесности распределения фаз по порам. Стандарт [6] не предусматривает вычисления зависящих от насыщенности функций, однако, сопоставляя результаты измерений с моделью (1)–(3), можно получить ценную информацию об ОФП. Наиболее просто поведение фазовых проницаемостей выявляется в процессах, не подверженных сильному влиянию капиллярного давления. В этом случае изменение профиля насыщенности при вытеснении одного флюида другим описывается уравнением гиперболического типа, которое следует из системы (1), (2) в предположении равенства фазовых давлений:

$$\frac{\partial s_1}{\partial t} + \frac{q}{mAL} \frac{\partial f_1}{\partial x} = 0. \quad (10)$$

Это уравнение позволяет определить насыщенность, а давление при известной насыщенности определяется из закона Дарси.

Модель Баклея–Леверетта (10) допускает решения, содержащие подвижные скачки насыщенности. Влияние капиллярного давления проявляется в формировании переходной зоны в окрестности скачка. Если ширина зоны невелика, то модель отражает основной механизм двухфазной фильтрации – перенос флюидов под действием градиента давления. Возможность использования этой модели существенно облегчает анализ экспериментальных данных, так как она не требует задания граничного условия для насыщенности в выходном сечении. Для однородной модели пласта решение уравнения (10) имеет простую структуру. В выходном сечении ( $x = 1$ ) выполняется ряд соотношений, связывающих время, значения функций  $f(s)$ ,  $f'(s)$  и среднюю насыщенность с измеряемыми величинами. На основе этих соотношений исследователями (Х. Вельге, Д.А. Эфрос, Ф.Ф. Джонсон, Д.П. Босслер, В.О. Науманн и др.) предложено несколько модификаций обработки результатов эксперимента и определения ОФП. Указанные соотношения выполняются после прорыва закачиваемого флюида через выходное сечение, т.е. после прохода фронта.

Аналогичная модель для трехфазной фильтрации сводится к системе двух квазилинейных уравнений первого порядка относительно насыщенностей  $s_1$  и  $s_3$ :

$$\frac{\partial (s_i)}{\partial t} + \frac{q}{mAL} \left( f_{1,1} \frac{\partial s_1}{\partial x} + f_{1,3} \frac{\partial s_3}{\partial x} \right) = 0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial (s_3)}{\partial t} + \frac{q}{mAL} \left( f_{3,1} \frac{\partial s_1}{\partial x} + f_{3,3} \frac{\partial s_3}{\partial x} \right) = 0, \quad (12)$$

$$\text{где } f_{i,j} = \frac{\partial f_i}{\partial s_j}.$$

В отличие от уравнения (10), тип системы дифференциальных уравнений (11), (12) неочевиден. Он определяется знаком дискриминанта:

$$D = (f_{1,1} - f_{3,3})^2 + 4f_{1,3}f_{3,1}. \quad (13)$$

Система относится к гиперболическому ( $D > 0$ ) или эллиптическому ( $D < 0$ ) типу. В ряде работ установлено, что для применяемых в расчетах ОФП система может оказаться эллиптической. Известно, что для такой системы решение задачи с начальными условиями некорректно и неустойчиво. Если система относится к гиперболическому типу, то структура решения аналогична структуре решения уравнения (10) и в принципе допускает обобщение методов, применяемых в двухфазной фильтрации, но алгоритм обработки результатов экспериментов, естественно, усложняется.

Еще одно усложнение связано со значительным увеличением количества процессов различного типа по сравнению с двумя типами (пропитка, дренаж) для двухфазной фильтрации. Чтобы оценить многообразие возможных типов, сопоставим каждому процессу символический вектор, три компоненты которого могут принимать два значения: «+» – если соответствующая насыщенность увеличивается; «-» – в противном случае. Например, вектор (+, -, -) символизирует процесс, в котором происходит увеличение насыщенности  $s_1$  и уменьшение насыщенностей второй и третьей фаз. Нетрудно заметить, что теоретически возможно  $2^3 - 2 = 6$  типов. Здесь из общего числа трехмерных векторов, координаты которых могут принимать два значения, исключены два вектора (одновременное убывание и одновременное возрастание), противоречащие балансному соотношению  $s_1 + s_2 + s_3 = 1$ .

Рассмотренные выше модели Баклея–Леверетта (10) и системы (11), (12), несмотря на их приближенность, отражают многие особенности двух- и трехфазной фильтрации. Их использование для интерпретации экспериментов позволяет относительно просто получить ценную

информацию о коллекторе, опираясь на аналитические свойства решений. Для создания цифровой модели, учитывающей неоднородность пласта и форму канала ( $m = m(x)$ ,  $K = K(x)$ ,  $A = A(x)$ ), можно привлечь конечно-разностные схемы, представленные в литературе [7, 8].

При учете капиллярных давлений и гравитационных членов система (1)–(3) не имеет аналитических решений даже для однородного пласта ( $m = const$ ,  $K = const$ ,  $A = const$ ). Несмотря на одномерность модели, выбор численного метода для этой системы представляет определенные трудности, связанные с заданием граничных условий, отражающих условия эксперимента.

Наличие эффективных цифровых моделей одномерной многофазной фильтрации открывает доступ к мощному методу определения функций ОФП и  $P_c$  с помощью алгоритмов решения обратных задач. Технически такое решение сводится к минимизации функционала, выражающего отклонение расчетных данных от экспериментальных. Функционал обычно представляют в виде суммы квадратов отклонений расчетных и измеренных значений. При такой структуре минимизацию удобно проводить методом Левенберга–Марквардта [9].

Этот подход требует параметризации множества допустимых функций ( $\Phi$ ) и формирования конечномерного пространства поиска. Для этих целей используют аналитические модели функций ОФП и  $P_c$ , содержащие настроечные параметры. Необходимо, чтобы эти модели удовлетворяли требованиям физичности и гибкости при возможно минимальном числе параметров. Ряд таких моделей получен путем решения задач о ламинарном течении ньютоновских жидкостей для пористой среды, представленной в виде пучка капилляров. Настроечными параметрами в этом случае являются параметры функции распределения трубок по радиусам и извилистости. Физичность этих моделей следует из способа их получения. Большой гибкостью обладают модели, в которых искомые функции представлены  $B$ -сплайнами. Однако на коэффициенты этих представлений необходимо наложить ограничения, обеспечивающие положительность и монотонное поведение функций ОФП. Поиск способов параметризации множества пробных функций сохраняет свою актуальность. В качестве примера укажем на статью [10], в которой предложена трехпараметрическая модель и пока-

зано ее преимущество по сравнению с известной моделью Кори (Corey). Имеется ряд работ, в которых предложены модели, учитывающие историю изменения насыщенности и гистерезис ОФП и  $P_c$ . С точки зрения корректности обратной задачи принципиальное значение имеет свойство компактности множества непрерывных монотонных ограниченных в совокупности функций [11].

С помощью данного подхода можно определять ОФП по результатам исследований как стационарных, так и нестационарных режимов двух- и трехфазной фильтрации с применением рассмотренных выше моделей. Однако большая общность подхода имеет оборотную сторону. С помощью регрессии экспериментальные данные можно успешно приблизить любой моделью ОФП и  $P_c$ , имеющей достаточное число настроечных параметров. Во избежание получения недостоверных решений необходимо анализ корректности обратной задачи. В частности, необходимо, чтобы комплекс измерений был достаточен для устойчивого определения искомых функций. Наличие избыточных данных (надежно измеренных) повысит достоверность определяемых ОФП.

Комплекс моделей и задач, представленный выше, можно рассматривать как первую очередь математического обеспечения экспериментальных исследований. Он включает модели установившейся фильтрации, модели переноса флюидов в пористой среде под преимущественным действием градиента давления (модели Баклея–Левретта), полную одномерную модель (1)–(3), а также средства минимизации функционалов для решения обратных задач. Сюда же следует отнести алгоритмы и программы для автоматизации обработки результатов стандартного комплексного анализа кернового материала (ртутная порометрия, исследования на центрифуге и т.д.).

Возможности математического обеспечения можно существенно расширить, если наряду с задачами по определению ОФП и  $P_c$  предусмотреть модификации создаваемых моделей для более широкого круга экспериментальных исследований. Так, весьма желательно располагать средствами математического моделирования сложных способов воздействия на пластовую систему. В качестве примера укажем на применение водогазового воздействия или на закачку оторочек раствора полимера. Согласно литературным источникам такого рода процес-



сы достаточно точно описывают модели переноса (*fractional flow theory*), представленные системами уравнений гиперболического типа. При их исследовании и моделировании, как правило, используют метод характеристик. В работе [12] рассмотрен широкий перечень задач, включающий моделирование адсорбции, полимерного заводнения, закачки горячей воды, смешивающегося вытеснения и др. За десятилетия, прошедшие с момента публикации статьи, круг приложений расширился.

В математическое обеспечение целесообразно также включить модели для анализа различного рода эффектов, влияние которых до настоящего времени не получило однозначной оценки. Так, в непосредственной связи с лабораторными определениями ОФП и  $P_c$  для процесса вытеснения нефти водой возникает вопрос о минимальном количестве капиллярно-защемленной нефти. Эта задача в рамках модели Рапопорта–Лиса (5) была рассмотрена в статье [13]. Предполагалось, что в результате длительной закачки распределение насыщенности в пласте соответствует режиму установившейся фильтрации при нулевом расходе нефти. Если в (5) индекс 1 отнести к закачиваемой водной фазе, то для рассматриваемого процесса следует положить  $F_1 = 1$ . При этом капиллярное давление будет отрицательным ( $P_{12} < 0$ ). Тогда с учетом (4) приходим к уравнению:

$$(1 - f_1(s)) \left( 1 - \frac{KA}{qL} \Phi_1 \frac{dP_{12}}{ds} \frac{ds}{dx} \right) = 0. \quad (14)$$

В статье [13] предполагалось, что нефть сохраняет подвижность, т.е. второй множитель обращается в ноль. Однако в зависимости от поведения кривой капиллярного давления в окрестности остаточной нефтенасыщенности возможен переход на ветвь решения, соответствующую обращению в ноль первого множителя. Еще более сложен анализ количества защемленной нефти в случае трехфазной фильтрации.

Математическое моделирование позволяет также анализировать влияние преимущественной смачиваемости пород фильтрующимися флюидами на показатели вытеснения. Поверхность порового пространства коллекторов сложена минералами, по-разному взаимодействующими с углеводородными флюидами и водой. В результате кривые капиллярного давления могут пересекать ось нулевых значений при насыщенностях, для которых ОФП

обеих фаз отличны от нуля. Фильтрация в коллекторах со смешанной смачиваемостью рассмотрена во многих работах [14, 15].

Математические модели, близкие к рассматриваемым в настоящей работе, применяют при интерпретации измерений, выполненных испытателем пластов [16]. Схожие задачи возникают также при организации и интерпретации специальных гидродинамических исследований, проводимых с целью оценки ОФП в окрестности скважины. Для их решения можно применить те же методы, что и при лабораторных определениях. Необходимо лишь учесть в системе (1), (2) геометрию канала, соответствующую осесимметричной фильтрации ( $A(r) = 2\pi rh$ , где  $h$  – эффективная толщина пласта), и включить в модель расчет величин, измеряемых испытателем пласта или глубинными приборами при исследовании скважины. Далее можно использовать регрессию для определения характеристик пласта, минимизирующих отклонение измеренных величин от расчетных.

Ряд задач математического обеспечения возникает в связи с проблемой распространения результатов экспериментов, выполненных на керне, на коллекторы, находящиеся вне скважины, из которой этот керн поднят. Одна из целей (ее часто считают основной) определения ОФП состоит в получении информации для гидродинамической модели месторождения. В связи с неоднородностью реальной среды непосредственный перенос ОФП в ячейку модели, соответствующую месту отбора керна, некорректен. Среди многочисленных методов определения свойств ячейки гидродинамической модели преобладает иерархический подход, состоящий в постепенном переходе от мелких элементов к крупным. Начальный шаг (переход от свойств образца к свойству полноразмерного керна) можно полностью проконтролировать в условиях лаборатории и получить прямую оценку того или иного метода масштабирования. Примеры таких экспериментов приведены в работах [17–19]. Для этих целей в первой из упомянутых работ привлечены весьма сложные компьютерные продукты – трехмерная модель фильтрации и программа решения обратной задачи с применением генетического алгоритма. Включение моделей такого уровня в комплекс для анализа лабораторных исследований вряд ли целесообразно. Важно учесть при планировании математического обеспечения наличный рынок программных продуктов. В качестве примера укажем на

возможность сочетания цифровой модели одномерной фильтрации из математического обеспечения и полномасштабной модели месторождения, в которой фильтрация рассчитывается методом линий тока. Детальное математическое моделирование одномерной многофазной фильтрации по каналу переменного поперечного сечения позволит оценить соответствие режимов течения, использованных в экспериментах на керне, и режимов в характерных трубках тока, выделенных с учетом крупномасштабных неоднородностей и расположения скважин. В частности, будут выявлены области, в которых течение определяется капиллярными силами, и области с преобладанием вязкостных сил. Это позволит контролировать корректность перехода от геологической сетки к гидродинамической, так как в каждой из этих областей действует свой механизм усреднения. Известно, что в области преобладания капиллярных сил усреднение производится из условия (приблизительного) равенства капиллярных давлений. В области преобладания вязкостных сил приблизительно одинаковые значения имеют функции распределения  $f_i(s) = \varphi_i/\varphi$  (см. (4)). При обнаружении существенных расхождений условий эксперимента и расчетных режимов можно скорректировать полномасштабную модель и запланировать дополнительные лабораторные исследования.

В заключение необходимо коснуться целесообразности привлечения математических моделей процессов в масштабе пор. Отправным пунктом таких моделей служит краевая задача для уравнения Навье–Стокса в области пространства, образованной пустотами в образце горной породы. Получить решение для столь сложной области затруднительно, и задачу упрощают. Поровое пространство заменяют сетью узлов (пор) и проходов между порами (*throats*). Расходы флюидов через проходы пропорциональны разности потенциалов между входным и выходным сечением. Для пор записывают балансные соотношения. Полученную систему уравнений рассчитывают тем или иным способом, решение усредняют, вычисляя макрохарактеристики, проницаемость, электропроводность, ОФП и т.д.

Начало сетевого моделирования связывают с диссертацией Ирвина Фатта [20]. Это направление активно развивалось в 1970-е гг., но затем, исчерпав себя, сошло на нет. Повторная волна интереса возникла в 1990-е гг. в связи с новыми возможностями вычислительной и измеритель-

ной техники. Состояние вопроса на 2001 г. отражено в статье [21], библиография которой включает 100 источников. За прошедшее десятилетие количество публикаций продолжало возрастать. Увеличивается доля работ, в которых для моделирования течения в сложном поровом пространстве применяется решетчатая модель Больцмана. В настоящее время именно этот тип моделей наиболее активно применяется для изучения особенностей массообмена и массопереноса в пористых средах. Освоение этой методологии позволит получать макроскопические характеристики процессов с учетом особенностей массопереноса на уровне пор. Кроме того, именно с этим направлением моделирования связывают надежды на частичную замену лабораторных экспериментов вычислительными. Оценка современного состояния сетевых моделей, их перспективы и принципиальные ограничения отражены в работах [22, 23].

Для реализации этого подхода необходимы:

- оборудование (электронные микроскопы, томографы) и программы для воспроизведения геометрии порового пространства;
- программа обработки геометрического образа и преобразования его в сетевую гидродинамическую модель с сохранением топологии, корреляционных и статистических свойств;
- программа гидродинамического расчета сети, «мотором» которой является сольвер для решения больших систем линейных уравнений;
- многоядерный компьютер для выполнения параллельных расчетов.

Алгоритмы и программные коды для моделей, отнесенных в настоящей работе к первой очереди математического обеспечения, целесообразно выполнять и адаптировать к условиям лабораторных экспериментов силами ООО «Газпром ВНИИГАЗ». Для создания пользовательской оболочки необходимо привлечение специальных фирм. Примером-аналогом может служить программа Sendra (Weatherford Petroleum Consultant) [24]. Алгоритмизацию и компьютеризацию задач сетевого моделирования, по-видимому, следует выполнять совместно с учебной или академической организацией.

На основании практического опыта применения математических моделей к анализу нефтегазовых пластовых систем и обзора источников в первом приближении автором статьи очерчено содержание математического обеспечения для лабораторных исследований по

определению относительных фазовых проницаемостей. Выделена первоочередная часть, включающая модели одномерной двух- и трехфазной фильтрации и алгоритмы решения обратных задач. Намечены перспективы развития математического обеспечения в направле-

нии углубления физики, учитываемой при моделировании процессов, и расширения сценариев экспериментальных исследований.

Результаты статьи можно использовать при составлении плана и технического задания на разработку математического обеспечения.

### Список литературы

- Zhang D. Pore scale study of flow in porous media / D. Zhang, R. Zhang, S. Chen et al. // *Geophysical research letters*. – 2000. – V. 27. – № 8. – P. 1195–1198.
- ОСТ 39-235-89 Нефть. Метод определения фазовых проницаемостей в лабораторных условиях при совместной стационарной фильтрации / Министерство нефтяной промышленности СССР. – М., 1989.
- Virnovsky G.A. Relative permeability and capillar pressure concurrently determined from steady-state flow experiments / G.A. Virnovsky, Y. Guo, S.M. Skjaeveland // 8<sup>th</sup> European IOR-symposium. – Vienna, Austria, 1995.
- Курбанов А.К. Определение функций фазовых проницаемостей при фильтрации жидкости / А.К. Курбанов, М.Ю. Константинов // *Газовая промышленность*. – 1999. – № 12. – С. 30–32.
- Курбанов А.К. К вопросу определения функций фазовых проницаемостей / А.К. Курбанов, М.Ю. Константинов // *Газовая промышленность*. – 2000. – № 10. – С. 46–48.
- ОСТ 39-195-86 Нефть. Метод определения коэффициента вытеснения нефти водой в лабораторных условиях / Министерство нефтяной промышленности СССР. – М., 1986.
- Азиз Х. Математическое моделирование пластовых систем / Х. Азиз, Э. Сеттари. – М.; Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2004. – 416 с.
- Коновалов А.Н. Задачи фильтрации многофазной жидкости / А.Н. Коновалов. – Новосибирск: Наука, Сиб. отд., 1988. – 166 с.
- Гилл Ф. Практическая оптимизация / Ф. Гилл, У. Мюррей, М. Райт. – М.: Мир, 1985. – 509 с.
- Lomeland F. A new versatile relative permeability correlation / F. Lomeland, E. Ebeltoft, W.H. Thomas // *International symposium of the society of core analysts held*. – Toronto, Canada, 2005. – Paper SCA 2005-32.
- Тихонов А.Н. Методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, В.А. Арсенин. – М.: Наука, 1979. – 224 с.
- Pope G.A. The application of fractional flow theory to enhanced oil recovery / G.A. Pope // *SPE*. – 1980. – P. 191–205.
- Бузинов С.Н. К вопросу об определении остаточной нефтенасыщенности / С.Н. Бузинов // *Докл. АН СССР*. – 1957. – Т. 116. – № 1. – С. 28–31.
- Доманский А.В. Двухфазная фильтрация в смешанно-смачиваемых средах / А.В. Доманский, В.И. Пеньковский // *Прикладная механика и техническая физика*. – 1988. – № 3. – С. 123–129.
- Spiteri E.J. A new model of trapping and relative permeability hysteresis for all wettability characteristics / E.J. Spiteri, R. Juanes, M.J. Blunt // *SPE*. – 2008. – V. 13. – P. 277–288.
- Angeles R. Estimation of capillary pressure and relative permeability from formation-tester measurements using design of experiment and data-weighting inversion. Synthetic and field examples / R. Angeles, C. Torres-Verdin, F. Hadibeik et al. // *Petroleum science and engineering*. – 2010. – V. 75. – P. 19–32.
- Михайлов Н.Н. Экспериментальное изучение влияния масштабных эффектов на характеристики двухфазной фильтрации / Н.Н. Михайлов, И.П. Гурбатова // *Нефтяное хозяйство*. – 2012. – № 12. – С. 107–111.
- Crotti M.A. Scaling up of laboratory relative permeability curves. An advantageous approach based on realistic average water saturation / M.A. Crotti, R.H. Cobenas // *LACPEC*. – Buenos Aires, 2001. – Paper SPE 69394.
- Takahashi S. Upscaling method of relative permeability from plug core to whole core / S. Takahashi, N. Tokuda, T. Nakashima // *International symposium of the society of core analysts held*. – Abu Dhabi, UAE, 2004. – Paper SCA2004-16.
- Fatt I. The Network model of porous media / I. Fatt // *Petroleum Transactions, AIME*. – 1956. – V. 207. – P. 144–181.
- Blunt M.J. Flow in porous media - pore-network models and multiphase flow / M.J. Blunt // *Current opinion in colloid & interface science*. – 2001. – V. 6. – P. 197–207.
- Joekar-Niasar V. Pore-Scale modeling of multiphase flow and transport: achievements and perspectives / V. Joekar-Niasar, M.I.J. van Dijke, S.M. Hassanizadeh // *Transport in porous media*. – 2012. – P. 1–4.
- Sorbie K.S. Can network modeling predict two-phase flow functions? / K.S. Sorbie, A. Skauge // *SCA*. – 2011. – Paper SCA2011-29.
- Sendra-2012: user guide / Weatherford Petroleum Consultants AS Trondheim. – 2012.