

УДК 544.344.015.5

Модель транспорта многофазного флюида с неравновесным межфазным обменом

В.Е. Костюков¹, В.И. Жигалов¹, А.А. Кибкало¹, В.П. Башурин¹, А.Г. Данилов^{1*}

¹ ФГУП РФЯЦ-ВНИИЭФ, Российская Федерация, 607188, Нижегородская обл., г. Саров, пр. Мира, д. 37

* E-mail: press@dc.vniief.ru

Тезисы. На примере двухфазной среды «газ – жидкость» рассматривается модель неравновесного транспорта многофазного флюида. Показан метод численного решения задачи, основанный на расщеплении по физическим процессам. Исследована сходимость наиболее сложного процесса – неравновесного межфазного обмена. Результаты моделирования показывают перспективность использования метода расщепления для оптимального решения задач транспорта нефтегазовых смесей в скважинах и трубопроводных системах.

Ключевые слова: трубопроводный транспорт, многофазный флюид, неравновесное фазовое распределение, численное моделирование, метод расщепления по физическим процессам.

Задача транспорта многофазного флюида в одномерном приближении является одной из основных с точки зрения описания процесса движения углеводорода в скважинах и магистральных трубопроводах [1]. Поскольку внешние условия и характеристики самого течения могут сильно меняться со временем, определяющим признаком служит фазовый состав течения в переходных и некоторых стационарных режимах. При этом возникают ситуации, в которых фазовое распределение становится неравновесным [2, 3].

Рассмотрим модель неравновесного транспорта многофазного флюида на примере двухфазной среды «газ – жидкость». Метод численного решения задачи основан на расщеплении по физическим процессам [4, 5].

В общем случае система уравнений, описывающая динамику флюида, имеет вид [4]:

$$\mathbf{U}_t + \mathbf{F}(\mathbf{U})_x = \mathbf{S}(\mathbf{U}), \quad (1)$$

где t – время; векторы консервативных переменных \mathbf{U} , потоков $\mathbf{F}(\mathbf{U})$ и источников $\mathbf{S}(\mathbf{U})$ содержат основные термодинамические параметры – плотность (ρ), скорость (u), давление (p) и внутреннюю энергию (e):

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \alpha_g \rho_g \\ \alpha_g \rho_g u_g \\ \alpha_g \rho_g e_g \\ \alpha_j \rho_j \\ \alpha_j \rho_j u_j \\ \alpha_j \rho_j e_j \end{pmatrix}; \quad \mathbf{F}(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} \alpha_g \rho_g u_g \\ \alpha_g (\rho_g u_g^2 + p_g) \\ u_g \alpha_g (\rho_g e_g + p_g) \\ \alpha_j \rho_j u_j \\ \alpha_j (\rho_j u_j^2 + p_j) \\ u_j \alpha_j (\rho_j e_j + p_j) \end{pmatrix}.$$

Уравнения общеизвестны и получаются из законов сохранения массы, импульса и энергии, записанных для каждой фазы (г – газ; ж – жидкость) с учетом их объемных концентраций α_g, α_j (соответственно).

Правая часть системы (1) содержит слагаемые, учитывающие влияние различных физических явлений – гравитации, межфазного обмена вещества, межфазного трения, теплообмена и др.:

$$\mathbf{S}(\mathbf{U}) = \mathbf{S}_{\text{гп}}(\mathbf{U}) + \mathbf{S}_{\text{ов}}(\mathbf{U}) + \mathbf{S}_{\text{тр}}(\mathbf{U}) + \mathbf{S}_{\text{то}}(\mathbf{U}) + \dots \text{соответственно.}$$

Система (1) является нелинейной, поэтому в случае использования неявных схем приходится линеаризовать систему уравнений и использовать итерации Ньютона с обращением больших разреженных матриц [6]. Линеаризация может быть сопряжена с трудностями в случае сложных уравнений состояния (УРС). Также, возможно, такую процедуру придется проводить заново при изменении системы уравнений и/или УРС. Для сходимости итераций Ньютона приходится контролировать размер временного шага, что может приводить к его уменьшению. В свою очередь, данный факт способен нивелировать такое преимущество неявных схем, как устойчивость счета при достаточно большом временном шаге. Кроме того, реализация подобного подхода требует существенных временных ресурсов.

Однако в стандартных задачах многофазного транспорта углеводородов в правой части системы (1) всегда встречаются выражения типа $\kappa_u(u_{\text{ж}} - u_{\text{г}})$ и $\kappa_h(h_{\text{м}}(p) - h_{\text{г}})$, где $h_{\text{м}}(p)$ – энтальпия в условиях насыщенного пара, $h_{\text{г}}$ – энтальпия пара [4, 6]. Если требуется моделировать условия быстрого достижения равновесия по скорости между фазами или быстрого достижения условия насыщения для энтальпии пара, то параметры κ_u или κ_h (коэффициенты релаксации) выбирают достаточно большими, что определяет преимущества неявных схем. Применение явных схем ко всей системе с полноценной правой частью выглядит неоптимальным, поскольку, например, процессы гидродинамического течения приходится рассчитывать для каждой компоненты, тогда как такие процессы достаточно рассчитать только для каждой из фаз, а профили компонент получить из условия их мольного содержания в потоках всей смеси фазы. Неявные схемы тогда становятся более предпочтительными. Однако в случае неявной схемы приходится обращать матрицу больших размеров на каждой итерации Ньютона, особенно в случае многокомпонентного флюида. В общем случае матрица имеет размер $M(N+2)K \times M(N+2)K$, где M – число фаз, N – число компонент, K – число ячеек. Чтобы воспользоваться преимуществом явных схем и при этом избежать указанных ограничений, для численного решения системы (1) применим процедуру расщепления.

В нашем случае продемонстрируем этот подход расщеплением на три процесса [4]: гидродинамику в поле силы тяжести, межфазное

трение (релаксацию по скорости) и межфазные обмены вследствие массопереноса (релаксацию по химическим потенциалам). Такое расщепление позволяет все процессы, кроме гидродинамического течения, рассчитывать поточечно. Можно предположить, что скорость процесса межфазного трения зависит от режима течения [6] и, следовательно, может варьироваться в широком диапазоне, поэтому этот процесс имеет смысл выделить в отдельную стадию. Другие процессы, например трение со стенками, теплообмен с внешней средой, могут быть также выделены в отдельные стадии расщепления аналогично межфазному трению либо включены в одну из стадий, указанных выше.

При использовании метода расщепления по физическим процессам процедура поиска решения на дискретном шаге Δt разбивается на отдельные этапы так, что результат очередного этапа является начальным условием для следующего. Например, вначале выполняется шаг гидродинамического течения вещества, далее шаг межфазного обмена, затем рассчитывается теплообмен и т.д., причем Δt является достаточно малым и одинаковым для всех процессов.

$$U_{n+1} = L_{\Delta t}^{(K)} \dots L_{\Delta t}^{(1)} U_n,$$

где U_n и U_{n+1} – численные решения соответственно в начале и конце шага Δt ; $L_{\Delta t}^{(i)}$ – оператор численного расчета для i -го физического процесса.

Преимущество данного подхода в том, что каждый физический процесс на временном шаге Δt может быть рассчитан своим собственным методом $L_{\Delta t}^{(i)}$ и иметь свою собственную дискретизацию по времени в пределах Δt . В алгоритме могут чередоваться точные аналитические решения и приближенные итеративные методы расчета, использоваться явные и неявные численные схемы, а также другие методы.

Одна из принципиальных сложностей при применении такого подхода – это расчет неравновесного межфазного обмена. Остановимся на этом этапе подробнее.

Этап неравновесного межфазного обмена

Рассмотрим задачу Брусиловского релаксации фазовых систем к равновесию при заданных полной энергии системы, общем объеме и компонентном составе [7]. Тогда система

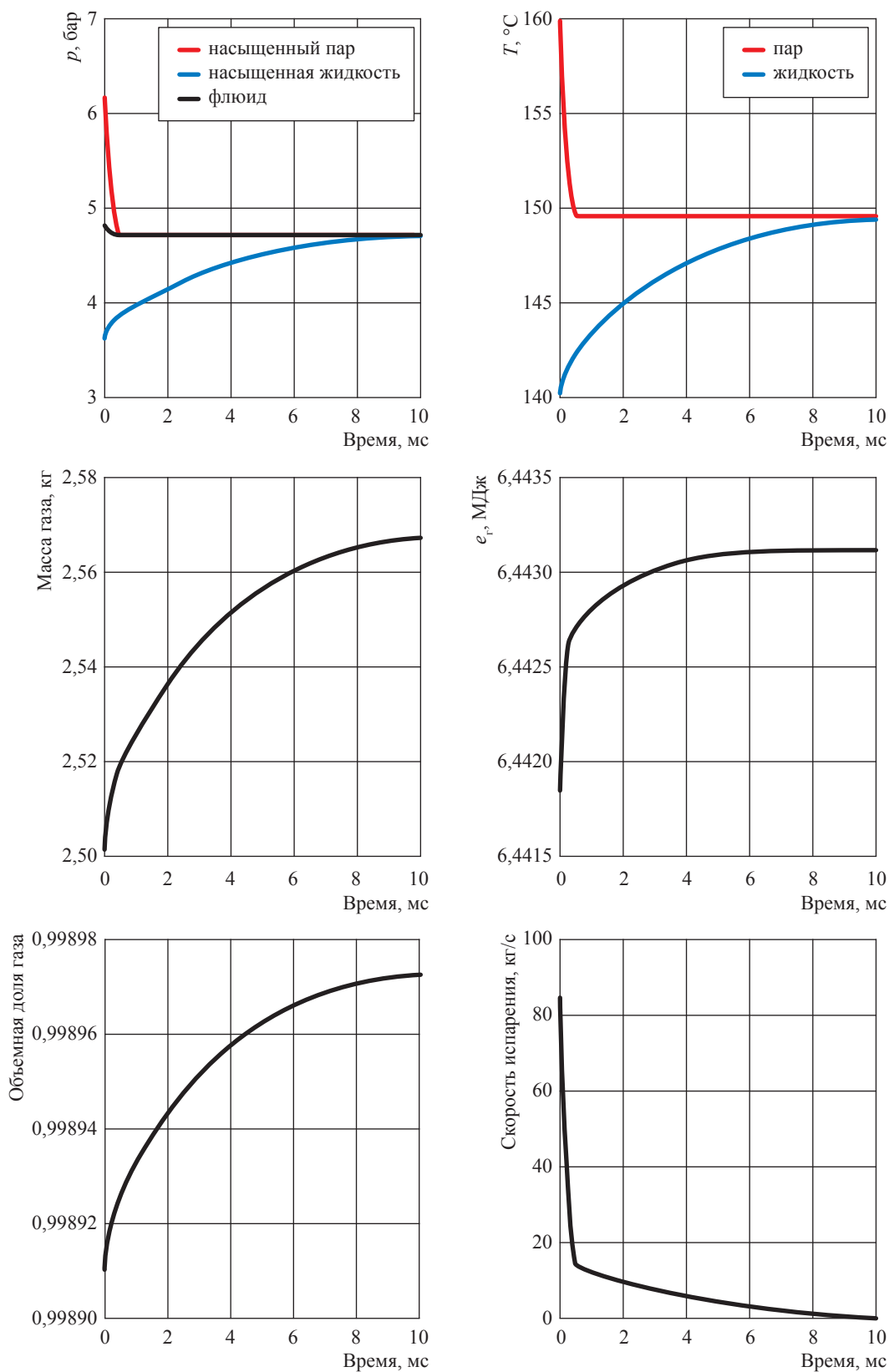


Рис. 1. Результаты теста 1

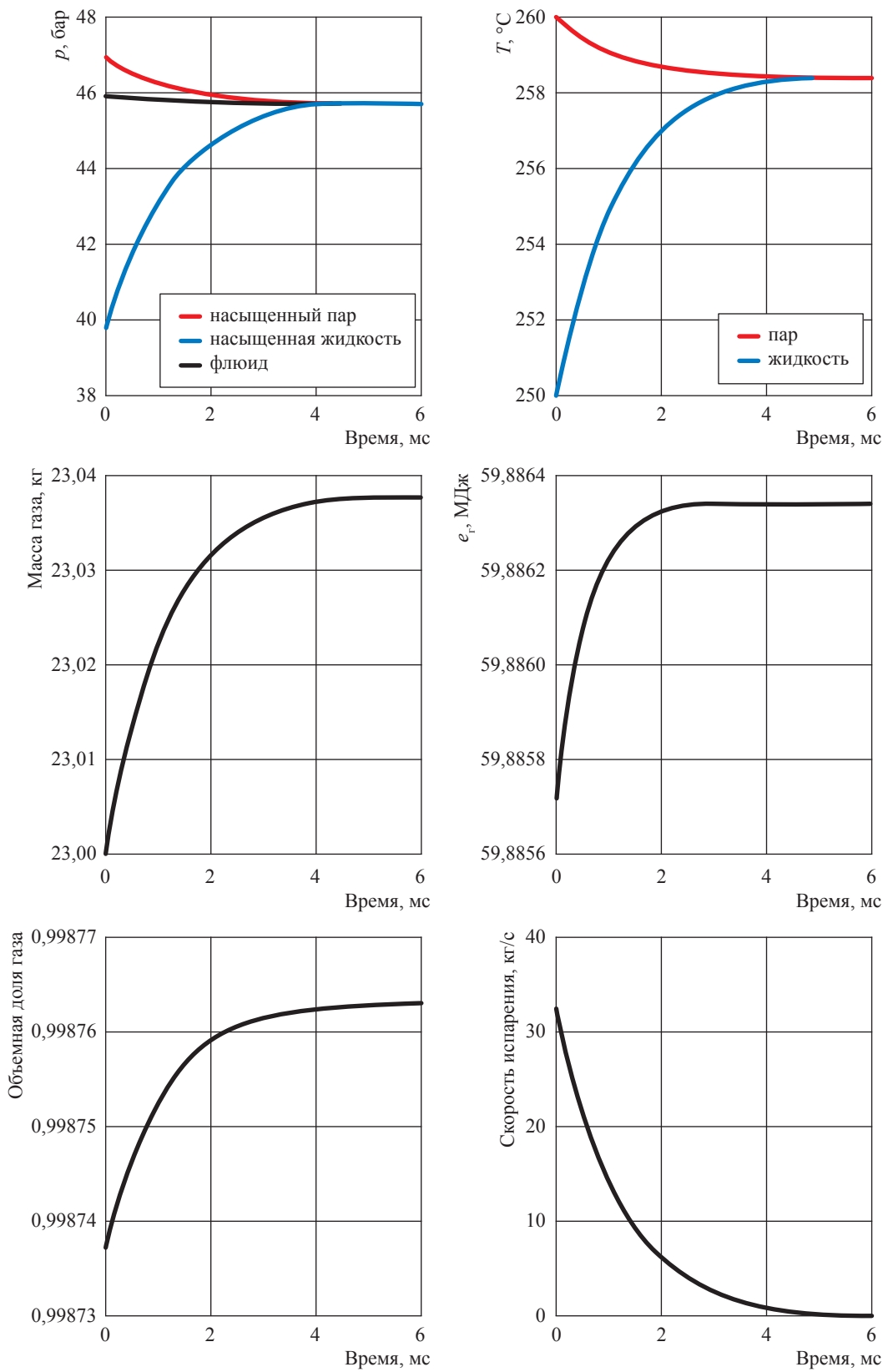


Рис. 2. Результаты теста 2

для расчета консервативных величин в случае неравновесного межфазного обмена может быть записана в виде

$$\begin{cases} \mathbf{U}_t = \mathbf{S}_{\text{ов}}(\mathbf{U}), t \in [t_n, t_{n+1}]; \\ \mathbf{U}(x, t_n) = U_n. \end{cases} \quad (2)$$

где U_n – значения консервативных величин в начальный момент времени t_n .

Поток (Γ_μ) вещества между фазами пропорционален разнице химических потенциалов (μ):

$$\Gamma_\mu = \kappa(\mu_{\text{ж}} - \mu_{\text{г}}), \quad (3)$$

где κ – коэффициент релаксации при массообмене между фазами, который зависит от режима течения. Химический потенциал зависит от параметров состояния – давления и температуры (T), т.е. $\mu_k = \mu_k(p, T_k)$, где $k \in \{\text{г}; \text{ж}\}$, но не зависит от массы вещества в данной фазе.

Изменения импульса и энергии вследствие обмена вещества определяются разностями соответственно скоростей фаз и химических потенциалов. Окончательно для правой части системы уравнений (2) получим:

$$\mathbf{S}_{\text{ов}}(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} \Gamma_\mu \\ \Gamma_\mu (u_{\text{ж}} - u_{\text{г}}) \\ \Gamma_\mu |\mu_{\text{ж}} - \mu_{\text{г}}| \\ -\Gamma_\mu \\ -\Gamma_\mu (u_{\text{ж}} - u_{\text{г}}) \\ -\Gamma_\mu |\mu_{\text{ж}} - \mu_{\text{г}}| \end{pmatrix}.$$

При этом уравнение состояния, связывающее консервативные и термодинамические величины, имеет вид

$$\begin{cases} \alpha_{\text{г}} \mathfrak{R}_{\text{г}}(p, T_{\text{г}}) = [\alpha_{\text{г}} \rho_{\text{г}}]; \\ \alpha_{\text{ж}} \mathfrak{R}_{\text{ж}}(p, T_{\text{ж}}) = [\alpha_{\text{ж}} \rho_{\text{ж}}]; \\ [\alpha_{\text{г}} \rho_{\text{г}}] E_{\text{г}}(p, T_{\text{г}}) = [\alpha_{\text{г}} e_{\text{г}}]; \\ [\alpha_{\text{ж}} \rho_{\text{ж}}] E_{\text{ж}}(p, T_{\text{ж}}) = [\alpha_{\text{ж}} e_{\text{ж}}], \end{cases}$$

где $\mathfrak{R}_k(p, T_k)$, $E_k(p, T_k)$ – плотность и удельная энергия пара или жидкости при заданных давлении и температуре, $k \in \{\text{г}; \text{ж}\}$.

Далее приведем пример моделирования неравновесного межфазного обмена в условиях неподвижной среды для воды и пара. Для УРС «вода – пар» используется система уравнений, разработанная Международной ассоциацией по свойствам воды и пара (IAPWS) [8].

Начальные условия для тестовых расчетов межфазного обмена

Тест	T, °C		Масса, кг		Энергия, МДж	
	газ	жидкость	газ	жидкость	газ	жидкость
1	160	140	2,5	1,0	6,442	0,596
2	260	250	23,0	1,0	59,885	1,09

Анализировалось достижение состояния равновесия фаз: сходимость температур фаз к одному значению (релаксация по температуре) и сходимость скорости испарения/конденсации к нулевому значению.

Численные эксперименты демонстрируют достижение состояния равновесия. Примеры начальных условий сведены в таблицу. Параметр κ в выражении (3) принимали равным 0,001. Результаты расчетов (рис. 1, 2) показывают перспективность использования метода расщепления для оптимального решения задач транспорта нефтегазовых смесей в скважинах и трубопроводных системах.

Список литературы

1. Брилл Дж.П. Многофазный поток в скважинах / Дж.П. Брилл, Х. Мукерджи. – М.; Ижевск: Роснефть, 2006. – 384 с. – (Библиотека нефтяного инжиниринга).
2. Зубов В.Р. Математическое моделирование многофазной фильтрации с неравновесными фазовыми переходами / В.Р. Зубов. – М.: РГУ нефти и газа (НИУ) им. И.М. Губкина, 2016.
3. Лобанова О.А. Моделирование неравновесного фазового поведения при разработке нефтяных и газоконденсатных залежей / О.А. Лобанова. – М.: Институт проблем нефти и газа РАН, 2016.
4. Иванов И.Э. Численный алгоритм моделирования двухфазных течений, содержащих границы раздела фаз / И.Э. Иванов, И.А. Крюков // Физико-химическая кинетика в газовой динамике [электрон. ресурс]. – М.: МГУ им. М.В. Ломоносова: Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, 2012. – Т. 13. – Вып. 4. – <https://docplayer.ru/164038131-Chislennyy-algorithm-modelirovaniya-dvuhfaznyh-techeniy-soderzhazhchih-granicy-razdela-faz-i-ivanov-1-i-a-kryukov-2.html>
5. Theofanous Th. On the computation of multiphase interactions in transonic and supersonic flows / Th. Theofanous, Ch.-H. Chang // 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. – 2008. – DOI:10.2514/6.2008-1233. – <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2008-1233>

6. Самигулин М.С. Создание сквозной системы реакторных кодов и их верификация для обоснования безопасности АЭС с ВВЭР / М.С. Самигулин, О.А. Воронова, Ю.Ф. Данилов и др. – Саров, 2004.
7. Брусиловский А.И. Фазовые превращения при разработке месторождений нефти и газа / А.И. Брусиловский. – М.: Грааль, 2002. – 575 с.
8. IAPWS R7-97 (2012): revised release on the IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam. – Lucerne, Switzerland: International Association for the Properties of Water and Steam, 2007. – <http://www.iapws.org/relguide/IF97-Rev.pdf>

Model for transfer of a multiphase fluid with non-equilibrium interphase exchange

V.Ye. Kostuykov¹, V.I. Zhigalov¹, A.A. Kibkalo¹, V.P. Bashurin¹, A.G. Danilov^{1*}

¹ Russian Federal Nuclear Center – All-Russian Research Institute of Experimental Physics, Bld. 37, prospect Mira, Sarov, Nizhniy Novgorod region, 607188, Russian Federation

* E-mail: press@dc.vniief.ru

Abstract. The paper examines a model of non-equilibrium multiphase fluid transportation in terms of a binary gas-fluid medium. Authors suggest a numerical solution of this problem by means of splitting the phenomenon on separate physical processes. They study convergence of non-equilibrium interphase exchange as the most elaborate process. The results of numerical simulation promise successful application of the splitting method for optimal modelling of oil-gas mixture transportation in wells and pipelines.

Keywords: pipeline transport, multiphase fluid, non-equilibrium phase distribution, numeric simulation, splitting on physical processes.

References

1. BRILL, J.P., H. MUKHERJEE. *Multiphase flow in wells* [Mnogofaznyy potok v skvazhinakh]. Translated from Engl. Moscow-Izhevsk (Russia): Rosneft, 2006. (Russ.).
2. ZUBOV, V.R. *Mathematical modelling of multiphase filtration with non-equilibrium phase transitions* [Matematicheskoye modelirovaniye mnogofaznoy filtratsii s neravnesnyimi fazovymi perekhodami]. Moscow: Gubkin University, 2016. (Russ.).
3. LOBANOVA, O.A. *Simulation of non-equilibrium phase behavior at development of oil and gas-condensate deposits* [Modelirovaniye neravnesnogo fazovogo povedeniya pri razrabotke neftyanykh i gazokondensatnykh zalezhey]. Moscow: Oil and gas research institute of Russian Academy of Sciences, 2016. (Russ.).
4. IVANOV, I.E., I.A. KRYUKOV. Numerical algorithm of modeling of the two-phase flow containing interphase boundaries [Chislennyy algoritm modelirovaniya dvukhfaznykh techeniy, sodержashchikh granitsy razdela faz]. *Fiziko-khimicheskaya Kinetika v Gazovoy Dinamike* [online]. Moscow: M.V. Lomonosov Moscow State University, Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, 2012. (Russ.), vol. 13, is. 4. ISSN 1991-6396. Available from: <https://docplayer.ru/164038131-Chislennyy-algoritm-modelirovaniya-dvukhfaznyh-techeniy-soderzhashchih-granicy-razdela-faz-i-e-ivanov-1-i-a-kryukov-2.html>
5. THEOFANOUS, Th., Ch.-H. CHANG. On the computation of multiphase interactions in transonic and supersonic flows [online]. In: 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 2008, DOI:10.2514/6.2008-1233. Available from: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2008-1233>
6. SAMIGULIN, M.S., O.A. VORONOVA, Yu.F. DANILOV, et al. *Creation of a transparent system of reactor codes, and their verification to substantiate safety of atomic plants with pressurized-water reactors* [Sozdaniye skvoznoy sistemy reaktornykh kodov i ikh verifikatsiya dlya obosnovaniya bezopasnosti AES c VVER]. Sarov, Russia, 2004. (Russ.).
7. BRUSILOVSKIY, A.I. *Phase transformations at development of oil and gas fields* [Fazovyye prevrashcheniya pri razrabotke mestorozhdeniy nefi i gaza]. Moscow: Graal, 2002. (Russ.).
8. IAPWS R7-97 (2012): revised release on the IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam [online]. Lucerne, Switzerland: International Association for the Properties of Water and Steam, 2007. Available from: <http://www.iapws.org/relguide/IF97-Rev.pdf>