

УДК 553.98:536.2

**Е.В. Шеберстов**

## Особенности массопереноса в коллекторах сланцевого газа и задачи математического моделирования

**Ключевые слова:** сланцевый газ, автоматическое решение, математическая модель, массоперенос, низкопроницаемый коллектор.

**Keywords:** shale gas, self-similar decision, mathematical model, mass transfer, low-permeable reservoir.

Успехи разработки месторождений сланцевого газа привлекли пристальное внимание к исследованию массопереноса в коллекторах очень низкой проницаемости с повышенным содержанием органогенного материала (керогена). Одной из целей этих исследований является создание новых моделей для технологических расчетов, так как традиционные модели, по мнению многих авторов, занижают технологические показатели. Следовательно, есть основания ожидать, что изучение причин расхождений позволит уточнить проекты разработки и обосновывать более оптимистичные показатели.

Выполненные исследования показали, что в коллекторах сланцевого газа наряду с фильтрацией «по Дарси» существенную роль играют другие механизмы переноса, роль которых в пластах традиционных месторождений незначительна. Математическое описание этих процессов потребовало привлечения моделей молекулярной физики, физической химии, геомеханики. Работы по этой тематике трудно-обозримы. Они различаются областью приложений, масштабом исследуемых процессов и типом моделей. Перенос метана в угольных пластах, захоронение отходов и т.д. исследуются в масштабах пор, зерна, пласта. Применяются методы конечных разностей, сетевые модели, решеточные модели Больцмана.

В настоящей работе отражены подходы к созданию расчетных средств для исследовательских и практических задач, связанных с освоением нетрадиционных ресурсов. Рассматриваются модели макроуровня. Материалы привлеченных литературных источников сгруппированы по рубрикам: формы присутствия газа в коллекторе, отдельные (элементарные) процессы массопереноса, комплексные математические модели, численные методы.

### Формы присутствия газа в коллекторе

Коллекторы месторождений сланцевого газа (shale gas) отличаются от содержащих газ плотных коллекторов (tight gas) большим количеством керогена с растворенным в нем газом. Высказаны соображения о возможности попадания части этого газа в продукцию скважин по системе пор, пронизывающих скопления керогена [1]. Таким образом, наличие газа в керогене следует рассматривать как одну из форм его присутствия в коллекторе.

Основная часть газа предположительно содержится в газообразном состоянии в порах. Это так называемый *свободный газ*. Кроме того, свободный газ находится в трещинах, часть которых имеет естественное происхождение, а часть возникает в результате проведения многостадийного гидроразрыва.

В большинстве рассмотренных работ предполагается также наличие газа в адсорбированном состоянии на поверхности порового пространства. Так как эта поверхность значительна, то значительным может быть и количество адсорбированного газа. Определения количества адсорбированного газа (метана, азота, двуокиси углерода) в ядрах месторождения Барнет (Barnett) приведены в диссертации [2]. Между перечисленными формами присутствия газа нет резкой пространственной границы. Так, между слоями адсорбированного газа и свободным газом в порах существует переходная зона [3]. Тем не менее, в качестве первого шага к созданию приближенной математической модели предположим, что каждая молекула газа отнесена к одной из

перечисленных выше форм, и содержание газа в единице объема коллектора ( $\rho$ ) выражается суммой четырех слагаемых:

$$\rho = \rho^k + \rho^p + \rho^a + \rho^f = m^k C^k + m^p \rho_g + (1 - m^p) \rho_s a + m^f \rho_g, \quad (1)$$

где верхними индексами  $k, p, a, f$  отмечены величины, относящиеся к керогену, порам, адсорбированному газу и трещинам;  $m$  – объемная доля коллектора;  $C$  – массовая концентрация газа;  $\rho_s$  – плотность твердой породы;  $a$  – масса адсорбированного газа, приходящаяся на единицу массы породы;  $\rho_g$  – плотность свободного газа при пластовых термодинамических условиях:

$$\rho_g = \frac{MP}{zRT}, \quad (2)$$

где  $P, T$  – давление и температура в газе;  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $M$  – молекулярная масса;  $z$  – коэффициент сверхсжимаемости.

### Массоперенос

Для выполнения следующего шага – схематизации процессов переноса – воспользуемся концепцией мультиконтинуальной среды, в соответствии с которой предположим, что в каждой точке области, занимаемой коллектором, присутствуют четыре среды: пористая и трещинная, а также среды керогена и адсорбированного газа. Похожая схематизация предложена в статье [4].

В рамках этой схемы совокупность процессов переноса можно разбить на две группы: перенос в пределах среды и перенос из одной среды в другую. Сказанное можно зафиксировать следующей системой балансных уравнений:

$$\frac{\partial \rho^\alpha}{\partial t} + \text{div} G^\alpha + \sum_{\beta \neq \alpha} \Pi_{\alpha\beta} = 0, \quad (3)$$

где  $G^\alpha$  – удельная поверхностная массовая скорость;  $\Pi_{\alpha\beta}$  – удельная объемная интенсивность перетока из среды  $\alpha$  в среду  $\beta$ , естественно, что  $\Pi_{\alpha\beta} = -\Pi_{\beta\alpha}$ . Таким образом, вторые члены этих уравнений выражают перенос в пределах среды, а третьи члены – обмен между средами.

В матрице и трещинах массовая скорость пропорциональна градиенту давления:

$$G^\alpha = -K^\alpha \text{grad} P^\alpha, \quad (4)$$

где  $\alpha = p, f$ ,  $K^\alpha$  – коэффициент переноса.

Течение по сети трещин обычно описывают законом Дарси, как в традиционных моделях порово-трещинных коллекторов [5]:

$$K^f = \frac{k^f}{\mu(P^f)} \rho_g(P^f), \quad (5)$$

где  $k^f$  – проницаемость трещинной среды;  $\mu$  – вязкость газа.

Большое внимание в литературе уделяется коэффициенту переноса в пористой матрице, так как именно с этим элементом связывают одну из причин неадекватности традиционных моделей. Значительная часть запасов газа в коллекторах рассматриваемого типа содержится в порах малых размеров (1–10–100 нм). При пластовых термобарических условиях, особенно в зонах пониженного давления, эти размеры сопоставимы со средней длиной свободного пробега молекул. Однако при выводе традиционных уравнений фильтрации (например, в [5]) предполагается, что длина свободного пробега много меньше диаметра поровых каналов. Следовательно, условия применимости закона Дарси для указанного размера пор нарушаются. В частности, нарушается условие «прилипания» молекул на стенках пор, и необходимо учитывать

их проскальзывание вдоль стенок. На это обстоятельство обратил внимание Клинкенберг (1941). Он же получил связь между эффективной измеряемой в опытах на керне проницаемостью по газу ( $k_e$ ) и ее истинным значением ( $k_\infty$ ):

$$k_e = k_\infty \left( 1 + \frac{b_k}{P} \right). \quad (6)$$

В ряде работ коэффициент скольжения  $b_k$  уточняется на основе молекулярно-кинетической теории течения разреженного газа по трубе [6]. Критерием перехода к режиму проскальзывания для круглой трубки радиуса  $r$  служит число Кнудсена:

$$\text{Kn} = \frac{\lambda}{r}. \quad (7)$$

Здесь в числителе – длина свободного пробега молекул газа при тепловом движении, определяемая известным выражением [7]:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d_M^2 n}, \quad (8)$$

где  $n = N_{A,g}/M$  – число молекул газа в единице объема при пластовых термобарических условиях;  $d_M$  – диаметр молекулы;  $N_A$  – число Авогадро. При малых значениях числа Кнудсена газ можно рассматривать как сплошную среду и определять теоретическое значение проницаемости пористых сред с простой геометрией порового пространства, используя известные решения задач гидродинамики вязкой жидкости. Так, для круглой трубки на основе решения Гагена–Пуазейля получаем

$$k_e = k_\infty = \frac{r^2}{8}. \quad (9)$$

Обобщая вывод формулы Гагена–Пуазейля на течение с ненулевой скоростью газа на поверхности трубы, в работе [8] получено выражение для режима со скольжением:

$$k_e = \frac{r^2}{8} \left( 1 + \frac{4c\lambda}{r} \right), \quad c \approx 1. \quad (10)$$

Видно, что учет скольжения приводит к увеличению эффективной проницаемости. Аналогичным образом можно вычислить коэффициент проницаемости, а следовательно, и коэффициент переноса, например для квадратной или щелевидной формы поперечных сечений трубки.

Помимо течения по закону Дарси и течения с проскальзыванием большинство авторов

рассматривают еще два режима: так называемый *переходный режим* и *свободное молекулярное течение*. Границы режимов и формулы для коэффициентов переноса у различных авторов варьируют. Так, авторы работ [8] и [6] считают, что модель вязкого течения справедлива при  $\text{Kn} \leq 0,01$ , тогда как другие авторы считают, что эта модель справедлива только при  $\text{Kn} \leq 0,001$ . Более или менее четкую границу режимов можно, по-видимому, получить для идеальной формы цилиндра, определенного материала стенок и определенного газа.

Для оценки коэффициента переноса в реальной среде воспользуемся общим видом выражения средней массовой скорости в цилиндре:

$$G = -K(P, \delta) \text{grad}P, \quad (11)$$

где  $\delta$  – характерный размер поперечного сечения, например гидравлический радиус. В таком виде представляют и диффузию Кнудсена [7], которая служит преобладающим механизмом переноса при  $\text{Kn} \geq 10$ . Отталкиваясь от этого выражения и следуя стандартной процедуре [9], можно получить синтетическую модель коэффициента переноса. Для этого представим реальное поровое пространство пучком капилляров различного поперечного размера. Распределение капилляров по размерам согласуется с распределением по размерам пор в керне. Далее вводится поправка на пористость и извилистость капилляров, а также учитывается изотропность трехмерного потока. В результате всех перечисленных операций сохраняется зависимость коэффициента переноса от давления. Эту зависимость можно использовать в макромодели (4) для интерпретации лабораторных исследований или оценочных расчетов при отсутствии лабораторных данных.

Ко всему сказанному следует добавить еще одну характерную особенность рассматриваемого типа коллекторов, отмечаемую многими авторами. Речь идет о сильной зависимости транспортных характеристик пористой и трещинной сред от эффективного напряжения. Так как последнее зависит, главным образом, от порового давления, то влияние этого фактора можно учесть в рамках описанной процедуры.

Перенос в средах керогена и адсорбированного газа имеет диффузионную природу (выравнивание концентраций за счет случайного теплового движения молекул) и описывается

уравнением, формально совпадающим с законом Фика:

$$G^{\alpha} = -D^{\alpha} \text{grad} C^{\alpha}, \quad \alpha = k, a. \quad (12)$$

Обменные члены описывают переход молекул из пор в сеть трещин, из слоев адсорбированного газа в поры или трещины, из керогенного материала в адсорбционный слой. Обзор представленных в литературе моделей указанных переходов не входит в задачи настоящей работы.

### Комплексная модель

Концепция мультиконтинуальных сред, примененная выше для схематизации процессов переноса, может быть использована для построения математических моделей. В теории фильтрации этот подход применялся начиная с работ Баренблатта–Желтова (1960), Уоррена–Руа (1963) и др. В ранних работах рассматривались две среды – поровая и трещинная. Позже были предложены модели трех сред (метан в угольных пластах).

Для создания модели конкретного коллектора необходимо (на основании экспериментов или иных соображений) определить, какие среды и обменные процессы необходимо учитывать. Математическая модель будет включать уравнения материального баланса для выбранных сред из числа указанных в системе (3) и модели обменных членов. При выборе определяющих переменных и соотношений между ними возникает проблема сочетания моделей различного масштаба. Так, элементарный представительный объем (ЭПО) для определения макропараметров трещинной среды (пористость, проницаемость, давление) должен содержать достаточно развитую (представительную) систему трещин. В то же время ЭПО для матрицы и керогена имеет значительно меньшие размеры, и описание взаимосвязи сред требует специального обсуждения. Применительно к модели трещинно-поровой среды эти вопросы обсуждались в работах Баренблатта, Каземи и др.

Число неизвестных в составленной таким образом системе дифференциальных уравнений не будет превосходить числа сред. Начальные и граничные условия должны описывать сценарий опыта, выполняемого на лабораторной установке, или ситуацию на реальном объекте. В большинстве опубликованных работ рассматриваются фильтрация в пористой матрице

и адсорбция. Часто также к этой системе присоединяют трещинную среду. Предложены модели для интерпретации опытов по определению проницаемости плотных образцов по результатам испытаний на нестационарных режимах.

### Численная модель

Подходы к выбору численных методов и созданию расчетного инструментария для анализа течений газа в коллекторах сланцевого газа составляли основную цель настоящей работы. Во всех рассмотренных источниках использован метод конечных разностей. Наиболее часто особенности коллекторов сланцевого газа пытаются учесть путем реконструкции моделей и компьютерных программ, прошедших апробацию при расчетах традиционных объектов. По-видимому, это наиболее естественный способ создания коммерческого продукта для решения полномасштабных технологических задач. В качестве примера укажем работу [10], в которой обсуждаются способы включения в численную конечно-разностную модель специальных модулей для учета процессов адсорбции–десорбции, эффекта Клинкаберга, геометрических эффектов.

Согласно авторскому опыту, хорошие перспективы имеет метод прямых, в соответствии с которым конечными разностями в уравнениях в частных производных заменяют пространственные производные и в результате получают систему обыкновенных дифференциальных уравнений, для решения которых имеются стандартные программы. Метод легко программируем. С его помощью довольно просто учитывается обмен газом между блоками из различных сред, если обменный член представлен моделью квазистационарного течения.

Анализ некоторых течений в системах с нестационарным обменом удастся выполнить путем линеаризации математической модели и применения преобразования Лапласа [11]. Вычислительные эксперименты, выполненные в работе [12], показали на примере процессов в трещинно-поровом пласте, что линеаризованная модель сохраняет высокую точность при довольно большом отклонении параметров от значений, при которых вычислялись коэффициенты линейной модели.

В настоящей работе остановимся подробнее на возможностях построения расчетной методики, основанной на свойстве автомодельности

решений некоторых задач. Это свойство широко используется в подземной гидродинамике. Ограничимся рассмотрением одномерных течений в трубке переменного поперечного сечения ( $A(l)$ ), где  $l$  – расстояние, отсчитываемое вдоль оси трубки):

$$A(l) = A_0 \left( \frac{l}{l_0} \right)^n. \quad (13)$$

Значениям  $n = 0, 1, 2$  соответствуют течения в линейном пласте постоянного поперечного сечения  $A_0$  (например, в лабораторной модели пласта), осесимметричное течение (приток к вертикальной скважине в горизонтальном однородном по толщине пласте) и течение, симметричное относительно точки (приток к сферической каверне, окружающей перфорационное отверстие).

В качестве примера рассмотрим систему «пористая среда – адсорбированный газ». В математическую модель включаем уравнения материального баланса (3) для  $\alpha = p, a$ . Диффузию в адсорбированном газе не учитываем.

$$\frac{\partial(A\rho^p)}{\partial t} + \text{div}(AG^p) + \text{АП}_{pa} = 0. \quad (14)$$

$$\frac{\partial(A\rho^a)}{\partial t} + \text{АП}_{ap} = 0. \quad (15)$$

Предполагается, что до начала отбора система находилась в равновесном состоянии, и содержание адсорбированного газа соответствовало изотерме адсорбции, например изотерме Лэнгмюра:

$$a_\infty(P) = V_L \frac{P}{P_L + P}, \quad (16)$$

где  $V_L, P_L$  – максимальное содержание адсорбированного газа на единицу массы твердого материала и пластовое давление, при котором содержание адсорбированного газа составляет половину максимального. До начала отбора  $P = P_0$ , где  $P_0$  – начальное пластовое давление.

Так как перенос газа происходит очень медленно, то допустимо принять предположение о локальном термодинамическом равновесии свободного и адсорбированного газа. Это означает, что в каждый момент времени содержание адсорбированного газа определяется по изотерме (16) при текущем давлении в порах. Тогда можно ограничиться моделью одной среды, газосодержание которой равно сумме  $\rho^p + \rho^a$ ,

а транспортные свойства те же, что и у пористой среды. Сложив (14) и (15), получим с учетом (16) нелинейное уравнение, которое относится к параболическому типу, так как газосодержание – монотонная возрастающая функция, а коэффициент переноса положителен.

Автомодельное решение зависит от одной переменной

$$\eta = \xi / \sqrt{\tau}, \quad (17)$$

где  $\xi = ll_0$ ;  $\tau = t/t_0$ ;  $l_0, t_0$  – масштабы длины и времени. После перехода к переменной (17) уравнение в частных производных преобразуется в обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка, которое можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\frac{dU}{d\eta} = -\frac{\eta}{2} c_\Phi U; \quad (18)$$

$$\frac{d\Phi}{d\eta} = \frac{U}{\eta^n}. \quad (19)$$

Здесь

$$\Phi(p) = \int_0^p \bar{K}(p) dp; \quad (20)$$

$$c_\Phi = \frac{d(\bar{\rho}^p + \bar{\rho}^a)}{d\Phi}. \quad (21)$$

Кроме того, использованы безразмерные переменные:  $p = P/P_0$ ;  $\bar{\rho} = \rho / \rho_n$  ( $\rho_n$  – плотность газа при нормальных условиях);  $\bar{K} = K^p / K_0$ . Граничное условие на бесконечности выражает стремление давления к начальному значению по мере удаления от скважины:  $p \rightarrow 1$ ;  $\Phi \rightarrow \Phi(1)$  при  $\eta \rightarrow \infty$ .

Условие на другой границе (при  $\eta \rightarrow 0$ ) уточняется ниже. Решения краевой задачи будем определять методом «стрельбы», путем подбора начального значения для задачи Коши.

Из физических соображений ясно, что с ростом  $\eta$  потенциал монотонно приближается к предельному значению. Поэтому, если при некотором  $\eta_0$  значение потенциала приблизилось к предельному на заданную величину, то коэффициент в уравнении (18) можно принять постоянным при  $\eta \geq \eta_0$  и, интегрируя это уравнение, получим:

$$U(\eta) = U(\eta_0) \exp \left( c_\Phi \left( \frac{\eta_0^2}{4} - \frac{\eta^2}{4} \right) \right). \quad (22)$$

Подставляя это решение в уравнение (19) и интегрируя, получим выражения для предельных значений потенциалов:

$$\Phi_\infty = \Phi(\eta_0) + U(\eta_0) \exp\left(\frac{c_\Phi \eta_0^2}{4}\right) \sqrt{\frac{\pi}{c_\Phi}} \left(1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{c_\Phi}}{2} \eta_0\right)\right); \quad (23)$$

$$\Phi_\infty = \Phi(\eta_0) + U(\eta_0) \exp\left(\frac{c_\Phi \eta_0^2}{4}\right) \frac{1}{2c_\Phi} E_1\left(\frac{c_\Phi \eta_0^2}{4}\right). \quad (24)$$

Здесь  $E_1$  – интегральная экспонента. Формула (23) получена для линейного пласта ( $n = 0$ ), а формула (24) – для осесимметричного течения ( $n = 1$ ).

Автомодельное решение для  $n = 0$  описывает течение в горизонтальном однородном пласте, разделенном прямолинейной вертикальной трещиной. Давление в трещине мгновенно снижается на заданную величину и далее остается неизменным. Для трещины конечной длины это решение описывает начальную стадию притока. Задание давления в трещине эквивалентно заданию граничного значения потенциала  $\Phi(0)$ . Значение  $U(0)$  определяется подбором так, чтобы предельное значение (23) совпадало с заданным значением на бесконечности. Очередная итерация осуществляется следующим образом. При известных начальных значениях решаем задачу Коши и на каждом шаге вычисляем предельное значение (23). Если различие между текущим и предельным значениями потенциалов мало, это означает, что предельное значение, соответствующее выбранным начальным значениям, найдено, и его можно сравнивать с заданным значением на бесконечности. Используя оценку  $c_\Phi$ , можно определить интервал, в котором находится решение, и применить метод деления отрезка пополам.

Автомодельное решение при  $n = 1$  служит хорошим приближением для описания притока к вертикальной скважине, работающей с постоянным дебитом. В точке  $\eta = 0$  потенциал имеет особенность (логарифмическую). Алгоритм решения состоит в следующем. Выбираем некоторое значение  $\eta_0$ . Считаем, что в этой точке значение потенциала задано и вычисляем из (24) значение  $U(\eta_0)$ . Затем решаем задачу Коши на отрезке  $(0, \eta_0)$  с начальными условиями в точке  $\eta_0$ . Для удобства переходим к новой переменной  $x = \eta^{-1}$  и определяем предельное значение  $U$  при  $x \rightarrow 0$ . Этим значением определяется дебит скважины. Варьируя  $\eta_0$ , можно получить решение задачи с заданным дебитом.

Для иллюстрации возможностей предложенных моделей рассмотрим течение в полосе шириной  $l_0 = 100$  м, толщиной пласта 10 м. Пусть проницаемость пласта соответствует проницаемости пучка круглых капилляров одинакового радиуса  $r_c$ . Исходные данные: пористость – 0,15; пластовое давление – 200 бар; температура – 320 К; относительная плотность газа по воздуху – 0,6; вязкость газа в пластовых условиях – 0,01 сПз;  $\rho_s = 2,1$  т/м<sup>3</sup>. Учитывая оценочный характер расчетов, примем  $z = 1$  в уравнении состояния (2). Радиус молекул – 0,2 нм (метан). Расчетные значения критерия Кнудсена приведены в табл. 1.

Так как  $z = 1$ , то согласно (7), (8) длина свободного пробега и критерий Кнудсена обратно пропорциональны давлению. При давлении 20 бар величины в третьей и четвертой строчках увеличатся на порядок и окажутся в диапазоне переходного режима и режима со скольжением. Результаты расчетов приведены в двух последних столбцах табл. 2. В первой строке указаны условия базового варианта, в последующих

Таблица 1

**Расчетные значения критерия Кнудсена**

$r_c$ , нм	1	10	100	1000
$k_{cs}$ , мД	$0,125 \cdot 10^{-3}$	$0,125 \cdot 10^{-1}$	1,25	125
$\lambda(P_0)$ , нм	0,32	0,32	0,32	0,32
$\text{Kn}(P_0)$	0,32	0,032	0,0032	0,00032

Таблица 2

**Расчетная величина количества газа, добытого в течение 25,3 сут после пуска скважины, пересекающей трещину при гидроразрыве пласта длиной 100 м**

$P_L$ , бар	$V_L$ , нм <sup>3</sup> /кг	$P_1$ , бар	$r_c$ , нм	$t_0$ , сут	$U(0)$	$Q(t)$ , млн нм <sup>3</sup> , $t = 25,3$ сут
20	0,003	20	10	25,3	2,01	0,804
100	–	–	–	–	2,04	0,816
–	0,001	–	–	–	1,98	0,792
–	–	100	–	–	1,35	0,540
–	–	2	–	–	2,10	0,840
–	–	–	1	2530	3,57	0,1428
–	–	–	100	0,253	1,79	7,16
–	–	–	1000	0,00253	1,76	70,400

строках – только значения, отличающиеся от первой строки. В последнем столбце приведено накопленное количество добытого газа, определяемое по формуле:

$$Q(t) = 4hl_0^2 U(0) \sqrt{t/t_0}.$$

Предполагается, что приток к трещине происходит с обеих сторон.

Близость значений  $U(0)$  в двух последних строках свидетельствует о том, что начиная с размера капилляра 100 нм влияние поправки Клинкенберга практически исчезает. Такое же значение этой величины было бы и в третьей снизу строке, если бы поправка не учитывалась. Отсюда следует, что при размере капилляра 1 нм эффект от учета поправки Клинкенберга составит  $3,57/1,76 = 2,04$ , т.е. 104 %.

Приведенный пример показывает, как простая компьютерная модель (несколько десятков строк на Фортране) позволяет выполнить количественный анализ притока газа к трещине гидроразрыва в коллекторе сланцевого газа. В рамках принятых допущений и при наличии экспериментальных данных можно, например, исследовать совместное влияние на дебит противодействующих факторов: позитивное влияние адсорбции и эффекта Клинкенберга и негативное влияние увеличения эффективного сжимающего напряжения. Эти факторы, как известно, проявляются при больших депрессиях и низких забойных давлениях. Предложенная методика открывает также широкие возможности для исследования особенностей притока к вертикальной скважине.

### Список литературы

1. Shabro V. Pore-scale numerical modeling of petrophysical properties with applications to hydrocarbon-bearing organic shale: diss. for the degree of doctor of philosophy / Shabro V. – The University of Texas at Austin, Dec. 2013.
2. John P. Vermynen geomechanical studies of the Barnett shale: diss. for the degree of doctor of philosophy / John P. – Stanford University, May 2011.
3. Лопаткин А.А. Теоретические основы физической адсорбции / А.А. Лопаткин. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1983. – 344 с.
4. Swami V. A numerical model for multi-mechanism flow in shale gas reservoirs with application to laboratory scale testing / V. Swami, A. Settari, F. Javadpour // SPE EUROPEC. – London, UK, 2013. – SPE-164840-MS. – 10.2118/164840-MS.
5. Баренблатт Г.И. Движение жидкостей и газов в пористых пластах / Г.И. Баренблатт, В.М. Ентов, В.М. Рыжик. – М.: Недра, 1984. – 211 с.
6. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика / Г.Н. Абрамович. – М.: Наука, 1969. – 824 с.
7. Кикоин А.К. Молекулярная физика / А.К. Кикоин, И.К. Кикоин. – М.: Наука, 1976. – 480 с.

8. Florence F.A. Improved permeability prediction relations for low permeability sands / F.A. Florence, J.A. Rushing, K.E. Newsham et al. // SPE rocky mountain oil & gas technology symposium. – Denver, Colorado, 16–18 Apr. 2007. – SPE 107954. – 10.2118/107954-MS.
9. Ромм Е.С. Структурные модели порового пространства горных пород / Е.С. Ромм. – Л.: Недра, 1985. – 240 с.
10. Wu Y.S. A generalized framework model for the simulation of gas production in unconventional gas reservoirs / Y.S. Wu, J. Li, D.-Y. Ding et al. // SPE Journal. – 2014. – P. 1–13.
11. Guo X. Seepage mechanism and transient pressure analysis of shale gas / X. Guo, W. Wang // Applied Mathematics. – 2013. – № 4. – P. 197–203.
12. Шеберстов Е.В. Математическое моделирование гидродинамических исследований скважин в трещинно-поровой среде / Е.В. Шеберстов, И.Ю. Корчажкина // Управление качеством в нефтегазовом комплексе. – 2012. – № 2. – С. 52–56.