

УДК 622.279.72

## Задача неустановившейся прямолинейно-параллельной фильтрации смеси метана, пропана, пентана и гептана при наличии предельного градиента давления

В.Н. Сокотущенко<sup>1\*</sup>, Е.Б. Григорьев<sup>1</sup>, А.В. Богданов<sup>1</sup>, А.А. Попов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> ООО «Газпром ВНИИГАЗ», Российская Федерация, 141717, Московская обл., Ленинский р-н, с.п. Развилковское, пос. Развилка, Проектируемый пр-д №5537, вл.15, стр.1

\* E-mail: sokotushenko@mail.ru

**Ключевые слова:**  
фазовые  
равновесия,  
углеводородная  
смесь,  
конденсация  
углеводородов,  
подвижная граница.

**Тезисы.** При разработке и эксплуатации нефтяных, газовых и газоконденсатных месторождений в пластах возникают неустановившиеся процессы, связанные с пуском и остановкой скважин. Особенности этих неустановившихся процессов зависят от упругих свойств пластов и насыщающих их жидкостей. Из практики разработки многих месторождений известны факты необычного поведения пластовых систем, которые можно объяснить появлением неньютоновских свойств флюидов при их фильтрации.

В настоящее время рассмотрение особенностей фильтрации неньютоновских систем приобретает самостоятельное значение, поскольку закачиваемые в продуктивные пласты с целью повышения газоконденсатотдачи вещества, такие как высокомолекулярные соединения, полимеры, не обладают свойствами ньютоновских жидкостей.

В статье рассмотрена одномерная задача неустановившейся прямолинейно-параллельной фильтрации смеси  $\text{CH}_4$ ,  $\text{C}_3\text{H}_8$ ,  $\text{C}_5\text{H}_{12}$  и  $\text{C}_7\text{H}_{16}$  в пористой среде и получено решение на подвижной границе фильтрации – фронте перемещения жидкости в пласте. Это решение по времени оказывается немонотонным.

Одной из причин колебаний фронта фильтрации может быть неравновесность неустановившегося фильтрационного течения, когда давление до и после фронта не успевает выровняться и относительно подвижной системы координат обнаруживается режим биений (пульсаций).

### Основное уравнение нелинейной теории упругого режима фильтрации

Экспериментально установлено, что в некоторых пористых средах, насыщенных газом и жидкой фазой, фильтрация происходит лишь после создания градиента давления, превышающего некоторое начальное значение, которое изменяется в широких пределах. Заметное влияние на процессы разработки может оказывать начальный градиент давления в пределах  $0,001 \dots 0,01$  МПа/м, который определяется гистерезисом краевого угла смачивания, разницей косинусов отступающего и наступающего краевых углов, т.е. зависит от степени деформации пузырька газа при его фильтрации.

При малых скоростях фильтрации становится существенным силовое взаимодействие деформируемой пористой среды (скелета породы) и фильтрующегося флюида, которое может дать преобладающий вклад в фильтрационное сопротивление. Экспериментально установлено, что при малых скоростях фильтрации сила вязкого трения значительно меньше сил межфазного взаимодействия, последние не зависят от скорости и определяются только свойствами контактирующих фаз [1–4]. В результате такого взаимодействия жидкость, содержащая поверхностно-активные компоненты, при наличии пористой среды образует на ее свободной поверхности растворы, пленки, которые полностью или частично перекрывают поры. Присутствие небольшого количества связанной жидкости приводит к появлению менисков. Чтобы началось фильтрационное движение, необходим определенный перепад давления, способный сообщить жидкости такую скорость, с которой флюид смог бы преодолеть закупорку пор. Это показывает, что флюиды, не проявляющие аномальных свойств вне контакта с пористой средой, при малых скоростях фильтрации могут образовывать неньютоновские системы, взаимодействуя с пористым коллектором. Наличие предельного

градиента давления  $\Delta P_0$ , при достижении которого начинается фильтрация флюидов в пористой среде, обнаружено и сформулировано в виде закона А.Х. Мирзаджанзаде [4]:

$$\begin{aligned} \text{grad}P &= -\frac{\mu}{k}\bar{w} - \Delta P_0 \frac{\bar{w}}{w} \text{ при } w > 0; \\ |\text{grad}P| &\leq \Delta P_0 \text{ при } w = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $P$  – давление;  $\bar{w}$  – вектор скорости фильтрации;  $w = |\bar{w}|$ ;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости;  $k$  – проницаемость. Причем параметр  $\Delta P_0$  определяется в лабораторных и промышленных экспериментах.

Используя закон (1), а также уравнение неразрывности рассматриваемого фильтрационного потока и уравнение состояния, примем основное уравнение упругого режима в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial t} &= \aleph \text{div} \left[ \left( 1 - \frac{\Delta P_0}{|\Delta P_0|} \right) \text{grad}P \right], \\ |\text{grad}P| &> \Delta P_0, \quad \aleph = \frac{k}{\mu\beta}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\beta$  – коэффициент упругости пласта.

### Задача фильтрации

Рассматривается прямолинейно-параллельная фильтрация жидкости при упругом режиме пласта (рис. 1). В начальный момент времени  $t = 0$  на границе пласта  $x = 0$  начинается происходить закачка флюида с заданным начальным массовым расходом  $Q_0$ . При этом в пласте образуются две области: область фильтрации и невозмущенная область, где течение отсутствует. Граница раздела между областями

перемещается со временем по закону  $l(t)$ , причем  $l(0) = 0$ . Вне области фильтрации, т.е. при  $x > l(t)$ ,  $P(x, t) = P_{\text{вых}}$ .

Давление в области фильтрации удовлетворяет уравнению (2). В рассматриваемой задаче уравнение (2) примет вид

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \aleph \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial P}{\partial x} - \Delta P_0 \right), \quad 0 < x < l(t). \quad (3)$$

На границе  $x = l(t)$  выполняются условия

$$P(l, t) = P_{\text{вых}}; \quad \frac{\partial P(l, t)}{\partial x} = \Delta P_0. \quad (4)$$

В области  $0 < x < l(t)$  требуется найти решение уравнения (3), определить расход  $Q(t)$  и закон изменения  $l(t)$  при условиях (4) на подвижной границе фильтрации при следующих начальном и граничном условиях

$$P(x, 0) = P_{\text{вых}}; \quad P(0, t) = P_{\text{вход}}; \quad P_{\text{вых}} < P_{\text{вход}}. \quad (5)$$

Решение уравнения (3), удовлетворяющее условиям (4) и (5), имеет вид

$$\begin{aligned} P(x, t) &= P_{\text{вых}} - \Delta P_0(l - x) + \\ &+ (P_{\text{вход}} - P_{\text{вых}} + \Delta P_0 l) \left( 1 - \frac{x}{l} \right)^2, \end{aligned} \quad (6)$$

при этом расход определяется по формуле

$$\begin{aligned} Q(x, t) &= -\frac{k}{\mu} A \frac{\partial P}{\partial x} = \\ &= -\frac{k}{\mu} A \left[ \Delta P_0 - 2(P_{\text{вход}} - P_{\text{вых}} + \Delta P_0 l) \frac{\left( 1 - \frac{x}{l} \right)}{l} \right], \end{aligned} \quad (7)$$

где  $A$  – площадь поперечного сечения керна.

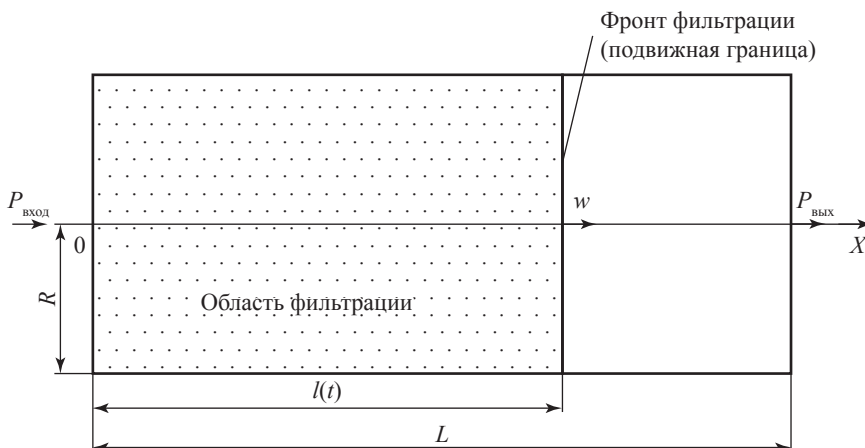


Рис. 1. Схема движения флюида в керне:  $R$  – радиус поперечного сечения керна;  $L$  – длина керна;  $l(t)$  – координата подвижной границы фильтрации смеси в керне

Для определения  $l(t)$  воспользуемся интегральным соотношением, характеризующим условие материального баланса [4]:

$$\int_0^{l(t)} \frac{\partial P}{\partial t} dx = \aleph \left[ \frac{\partial P(x,t)}{\partial x} - \Delta P_0 \right]_{x=0}^{l(t)}. \quad (8)$$

С учетом формул (6) и (8), а также условия  $l(0) = 0$  находим трансцендентное уравнение относительно  $l(t)$ :

$$3\aleph t = \left( \frac{P_{\text{вход}} - P_{\text{вых}}}{\Delta P_0} \right)^2 \ln \left( \frac{P_{\text{вход}} - P_{\text{вых}}}{P_{\text{вход}} - P_{\text{вых}} + \Delta P_0 l(t)} \right) + \left( \frac{P_{\text{вход}} - P_{\text{вых}} + \Delta P_0 l(t)}{\Delta P_0} - \frac{l(t)}{4} \right) l(t), \quad (9)$$

корни которого получаем численно на каждом шаге по времени.

### Результаты расчета

В качестве модельной смеси для расчета взята смесь метана, пропана, пентана и гептана в соотношении мольных долей  $\text{CH}_4:\text{C}_3\text{H}_8:\text{C}_5\text{H}_{12}:\text{C}_7\text{H}_{16} = 0,67:0,22:0,08:0,03$ . При этом из термодинамической части задачи находим:

- критическую точку: температура  $T = 336,17$  К;  $P = 14,598$  МПа; плотность  $\rho = 261,19$  кг/м<sup>3</sup>;
- криткондентерм:  $T = 384,84$  К;  $P = 7,8266$  МПа;  $\rho = 89,503$  кг/м<sup>3</sup>;
- криткондентбар:  $T = 331,21$  К;  $P = 14,626$  МПа;  $\rho = 271,73$  кг/м<sup>3</sup>.

Анализ фазовых диаграмм (рис. 2–7) показывает, что спланированный и проведенный при  $T = T_{\text{эксп}} = 347$  К эксперимент по изотермической фильтрации 4-компонентной смеси с заданным мольным составом характеризуется соответствием процесса фильтрации состоянию смеси в двухфазной области (см. рис. 2–7), что позволяет сделать качественные выводы о динамике образования конденсата в данном лабораторном эксперименте и сформулировать некоторые практические рекомендации.

В табл. 1 представлены параметры керны, через который происходит фильтрация 4-компонентной углеводородной смеси при  $T_{\text{эксп}} = 347$  К и рабочих давлениях  $P_{\text{вход}} = 20,4$  МПа,  $P_{\text{вых}} = 0,6$  МПа.

Решение уравнений (3), (9) дает характер изменения  $P$  и  $Q$  на фронте фильтрации в керне за время эксперимента (рис. 8, 9). Ошибка между теоретическими значениями  $P$ , полученными в ходе решения задачи (3)–(9), и экспериментальными данными не превышает 1 % (см. рис. 8). Особенностью полученного решения на подвижном фронте фильтрации является немонотонное изменение расхода (см. рис. 9, табл. 2). При этом решение задачи в неподвижной системе координат, начало которой совпадает с  $x = 0$  (см. рис. 1), дает падение давления, соответствующее известному решению пьезопроводности [2].

При наличии предельного градиента давления фильтрация флюида между двумя точками

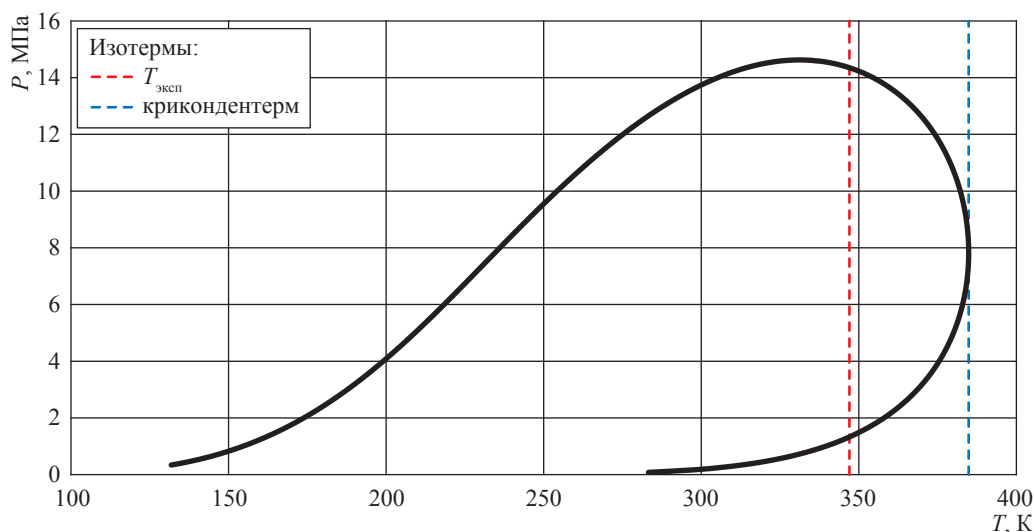


Рис. 2. Фазовая диаграмма «давление – температура» смеси «метан – пропан – пентан – гептан» с заданным мольным составом (см. ранее)

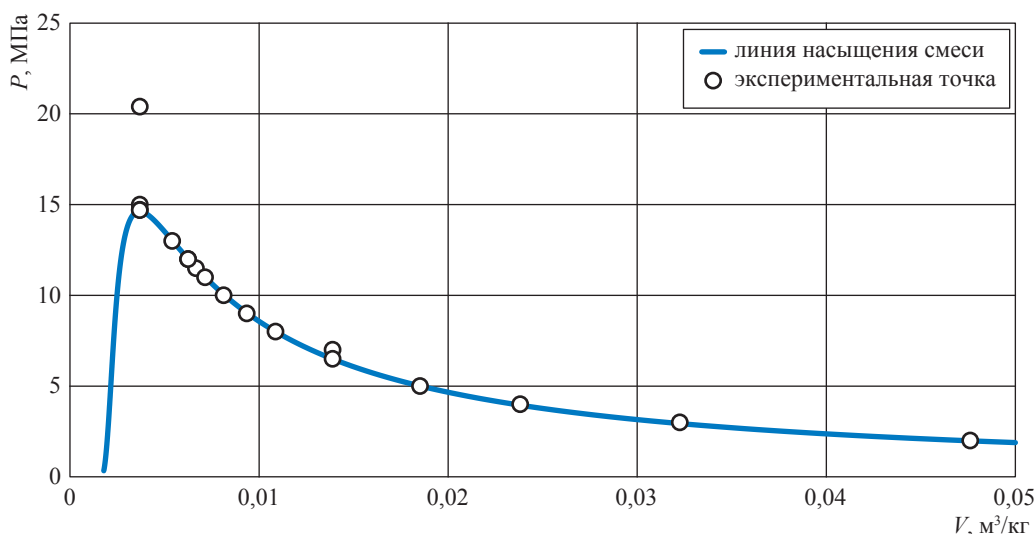


Рис. 3. Фазовая диаграмма «давление – удельный объем» смеси «метан – пропан – пентан – гептан» с заданным мольным составом (см. ранее)

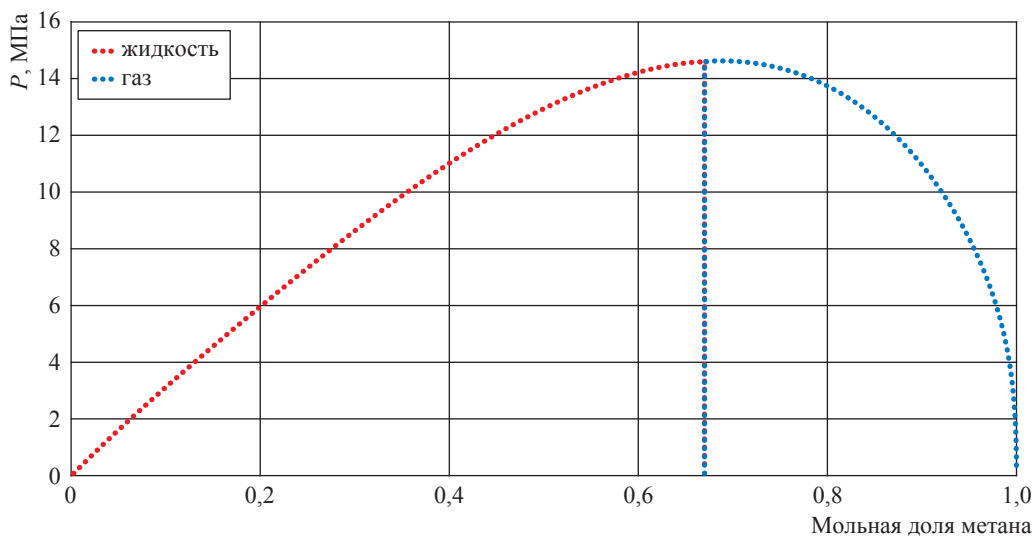


Рис. 4. Фазовые диаграммы «давление – мольная доля метана»

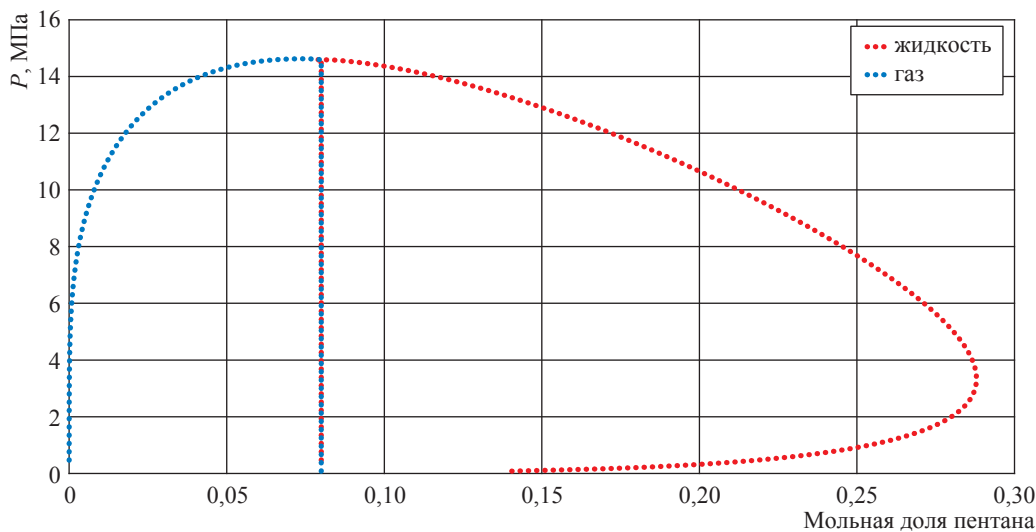


Рис. 5. Фазовые диаграммы «давление – мольная доля пентана»

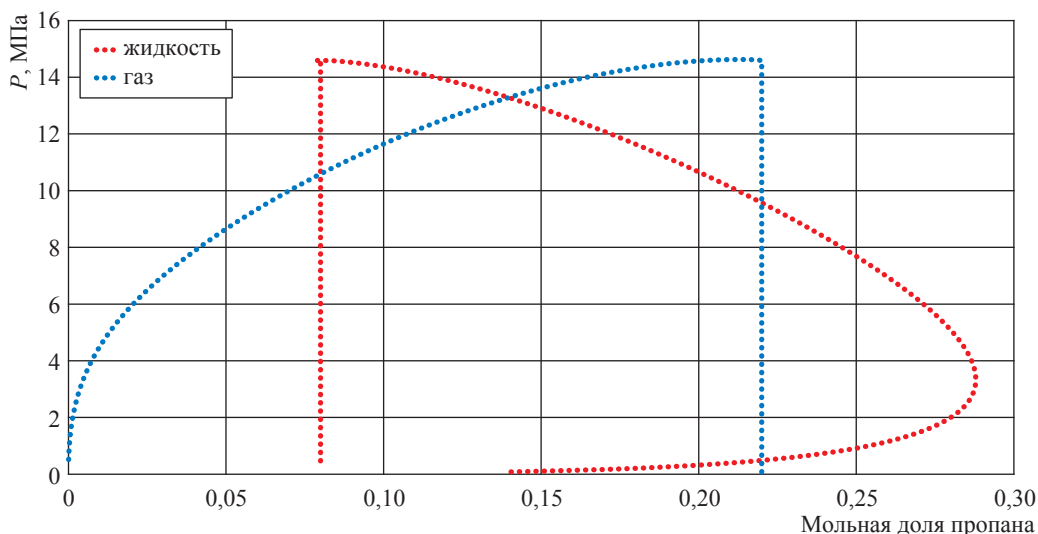


Рис. 6. Фазовые диаграммы «давление – мольная доля пропана»

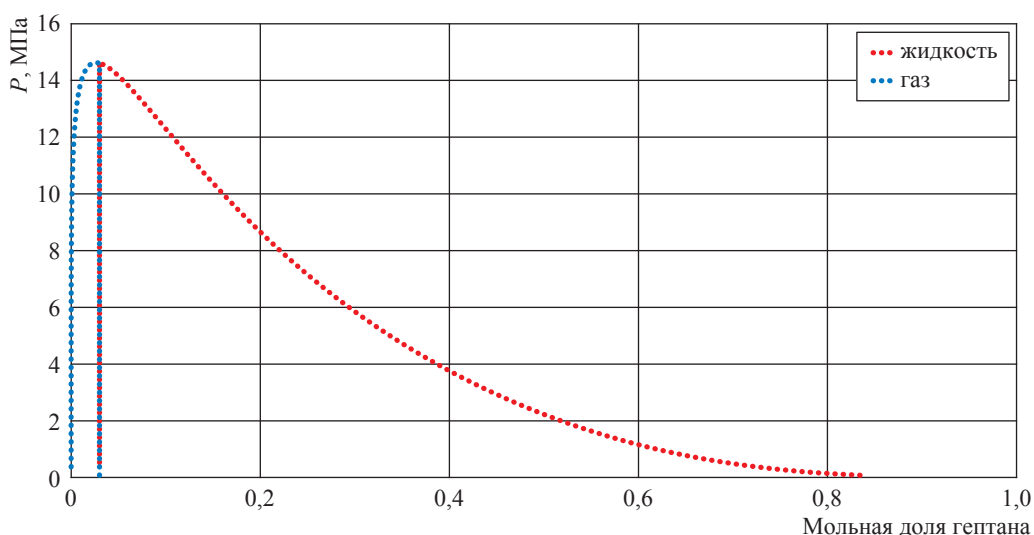


Рис. 7. Фазовые диаграммы «давление – мольная доля гептана»

Таблица 1

Параметры ядра и 4-компонентной смеси  $\text{CH}_4$ ,  $\text{C}_3\text{H}_8$ ,  $\text{C}_5\text{H}_{12}$ ,  $\text{C}_7\text{H}_{12}$

$L$ , м	0,179
Диаметр поперечного сечения ядра, м	0,03013
Пористость, д. ед.	0,3
$k$ , м <sup>2</sup>	$1,478 \cdot 10^{-13}$
Начальная температура, К	347
$P_{\text{вход}}$ , Па	$2,04 \cdot 10^7$
$P_{\text{вых}}$ , Па	$6 \cdot 10^5$
$\beta$ на входе, Па <sup>-1</sup>	$9,86923 \cdot 10^{-6}$
$\mu$ на входе, Па·с	$1,00 \cdot 10^{-5}$

пласта отсутствует, если перепад давления между этими точками меньше  $\Delta P_0$ . В связи с этим, если при отборе газа через скважину из пласта, находившегося первоначально под давлением  $P_{\text{вых}}$ , прекратить отбор, то давление

восстановится не до пластового, а до более низкого значения, которое определяется тем, что вблизи скважины распределение давления соответствует достижению  $\Delta P_0$ . Для того чтобы началось фильтрационное движение,

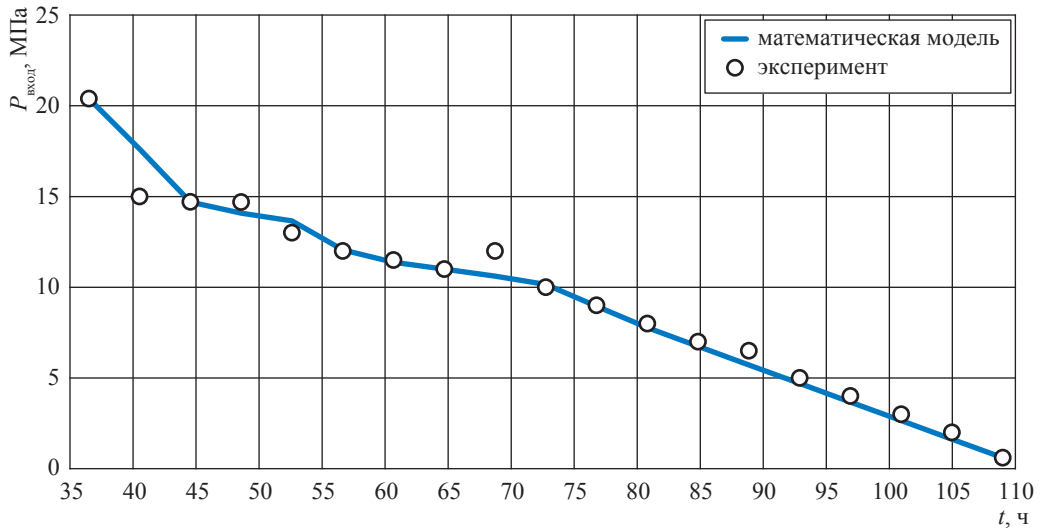


Рис. 8. Давление на фронте фильтрации

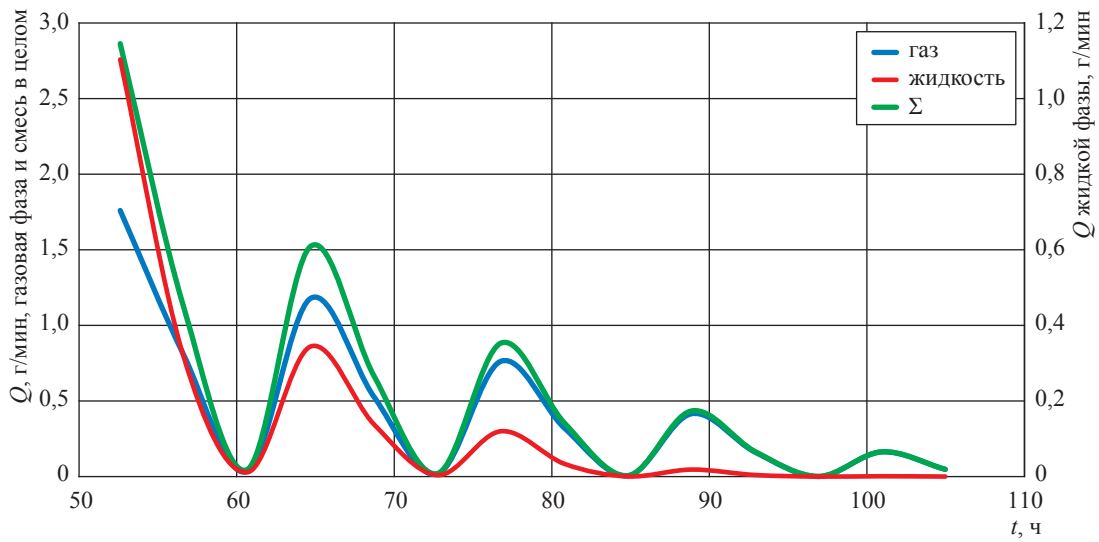


Рис. 9. Расход фаз на движущейся границе фильтрации

Таблица 2

Массовый расход фаз на движущейся границе фильтрации, г/мин

$t, \text{ч}$	Газовая фаза	Жидкая фаза	Суммарный расход
52,6	1,760	1,104	2,863
56,6	0,805	0,317	1,122
60,7	0,035	0,011	0,046
64,7	1,179	0,344	1,523
68,7	0,527	0,138	0,665
72,8	0,017	0,004	0,021
76,8	0,763	0,120	0,883
80,8	0,321	0,034	0,354
84,8	0,006	0,000	0,006
88,9	0,416	0,019	0,434
92,9	0,162	0,004	0,166
96,9	0,001	0,000	0,001
100,9	0,163	0,001	0,164
105,0	0,048	0,000	0,048
109,0	0,048	0,000	0,048

приложенный перепад (на единицу длины образца) должен превысить некоторое критическое значение  $\Delta P_0$ . Время одной прокачки в данной задаче равно времени перемещения подвижной границы (фронта) области фильтрации от  $x = 0$  до  $x = 0,179$  м. При заданных параметрах смеси и режиме подачи смеси в керн время одной прокачки в лабораторном эксперименте составило 1,77 с. Уравнения с учетом подвижной границы, которые были использованы при решении задачи, дают подобные колебания и при  $t > 1,77$  с, т.е. при второй и последующих прокачках смеси через керн.

Таким образом, решение задачи на подвижном фронте фильтрации закачиваемой смеси в керн с учетом  $\Delta P_0$  является немонотонным. Одной из причин колебаний фронта фильтрации может быть неравновесность неустановившегося фильтрационного течения, когда давление до и после фронта не успевает выровняться и относительно подвижной системы координат обнаруживается режим биений (пульсаций).

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 18-08-00326А.*

## Список литературы

1. Вяхирев Р.И. Разработка и эксплуатация газовых месторождений / Р.И. Вяхирев, А.И. Гриценко, Р.М. Тер-Саркисов. – М.: Недра, 2002. – 880 с.
2. Сокотущенко В.Н. Особенности неустановившейся фильтрации при наличии предельного градиента давления / В.Н. Сокотущенко, В.М. Зайченко // Известия КГТУ. – 2018. – № 51. – С. 138–147.
3. Григорьев Б.А. Моделирование термодинамических свойств нефтяных и газоконденсатных систем на основе фундаментальных многоконстантных уравнений состояния / Б.А. Григорьев, А.А. Герасимов, И.С. Александров // Газовая промышленность. – 2013. – № 696: спецвыпуск. – С. 98–101.
4. Мирзаджанзаде А.Х. Математическая теория эксперимента в добыче нефти и газа / А.Х. Мирзаджанзаде, Г.С. Степанова. – М.: Недра, 1970. – 335 с.

## A problem of transient lineal-parallel filtration of a methane-propane-pentane-heptane mixture in case of extremum pressure gradient

V.N. Sokotushchenko<sup>\*</sup>, Ye.B. Grigoryev<sup>1</sup>, A.V. Bogdanov<sup>1</sup>, A.A. Popov<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Gazprom VNIIGAZ LLC, Bld. 1, Estate 15, Proyektiruemyy proezd no. 5537, Razvilka village, Leninskiy district, Moscow Region, 142717, Russian Federation

<sup>\*</sup> E-mail: sokotushenko@mail.ru

**Abstract.** During development and exploitation of oil, gas and gas-condensate fields there are some transient processes inside the beds, which occur due to wells' startups and shutdowns. Features of such transient processes depend on the elastic behavior of reservoirs and fluids saturating them. Practice of field development testifies the facts of strange behavior of bedded systems, which can be explained by non-Newtonian properties of filtrating fluids.

Nowadays, studying filtration of non-Newtonian systems has sovereign importance, as the matters like macromolecular compounds, polymers, being pumped into the productive reservoirs in order to rise gas-condensate recovery, don't have properties of non-Newtonian liquids.

The article discusses a one-dimensional problem of transient lineal-parallel filtration of a CH<sub>4</sub>-C<sub>3</sub>H<sub>8</sub>-C<sub>5</sub>H<sub>12</sub>-C<sub>7</sub>H<sub>16</sub> mixture in a porous medium, and gives its solution for a mobile frontier of filtration called a front of liquid transfer within a bed. This solution is non-monotonic.

Among the reasons for fluctuations of the filtration front can be disequilibrium of the transient filtration flow when pressures before and after this frontier are late to flatten out, and beating (pulsation) appears relative to the mobile coordinate origin.

**Keywords:** phase equilibria, hydrocarbon mixture, condensation of hydrocarbons, moving frontier.

**References**

1. VYAKHIREV, R.I., A.I. GRITSENKO, R.M. TER-SARKISOV. *Development and operation of gas fields* [Razrabotka i ekspluatatsiya gazovykh mestorozhdeniy]. Moscow: Nedra, 2002. (Russ.).
2. SOKOTUSHCHENKO, V.N., V.M. ZAYCHENKO. Special features of transient flow in case of extremum pressure gradient [Osobennosti neustanovivsheysya filtratsii pri nalichii predelnogo gradiyenta davleniya]. *Izvestiya of Kaliningrad State Technical University*. 2018, no. 51, pp. 138–147. ISSN 1997-3071. (Russ.).
3. GRIGORYEV, B.A., A.A. GERASIMOV, I.S. ALEKSANDROV. Modeling of thermodynamic properties of oil and gas-condensate systems on the basis of fundamental multi-constant equations of state [Modelirovaniye termodinamicheskikh svoystv neftyanykh i gazokondensatnykh system na osnove fundamentalnykh mnogokonstantnykh uravneniy sostoyaniya]. *Gazovaya Promyshlennost*. 2013, no. 696: spec. is., pp.98–101. ISSN 0016-5581. (Russ.).
4. MIRZADZHANZADE, A.Kh., G.S. STEPANOVA. *Mathematical theory of experiment in oil and gas production* [Matematicheskaya teoriya eksperimenta v dobyche nefi i gaza]. Moscow: Nedra, 1970. (Russ.).